

DFVLR

Deutsche Forschungs- und
Versuchsanstalt
für Luft- und Raumfahrt



Forschungsbericht

Verfahren für die Entwurfsaerodynamik moderner Transportflugzeuge

Helmut Sobieczky

DFVLR
Institut für Theoretische Strömungsmechanik
Göttingen

DFVLR-FB 85-05

DFVLR

Deutsche Forschungs- und
Versuchsanstalt
für Luft- und Raumfahrt



Forschungsbericht

Verfahren für die Entwurfsaerodynamik moderner Transportflugzeuge

Helmut Sobieczky

DFVLR
Institut für Theoretische Strömungsmechanik
Göttingen

73 Seiten 27 Bilder 56 Literaturstellen

DFVLR-FB 85-05

(Als Manuskript gedruckt)

Herausgegeben von
der Deutschen Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt e.V. (DFVLR),
Mitglied der Arbeitsgemeinschaft der Großforschungseinrichtungen (AGF).

Zu beziehen durch
Wissenschaftliches Berichtswesen der DFVLR
Postfach 90 60 58, 5000 Köln 90.

ISSN 0171-1342

Verfahren für die Entwurfsaerodynamik
moderner Transportflugzeuge

Deutsche Forschungs- und Versuchsanstalt für Luft- und Raumfahrt
Forschungsbereich Strömungsmechanik
Institut für Theoretische Strömungsmechanik
Bunsenstr. 10, D-3400 Göttingen

Göttingen, im Dezember 1984

Komm. Forschungsbereichsleiter:
Prof. Dr.rer.nat. H.L. Jordan

Institutsleiter:
Priv.-Doz. Dr.-Ing.habil. H. Oertel

Verfasser:
Dr.-Ing. H. Sobieczky

Manuskript eingereicht am 21. Dezember 1984

Verfahren für die Entwurfsaerodynamik moderner Transportflugzeuge

Übersicht

Es wird ein Überblick über eine theoretische Methode zur Berechnung stoß-freier transsonischer Strömungen gegeben, welche praktische Anwendung in der Entwurfsaerodynamik moderner Flugzeuge und Turbomaschinen findet. Die "Methode der elliptischen Fortsetzung" oder "Methode des fiktiven Gases" stellt durch ihr einfaches Konzept eine Grundlage für eine Reihe von operationellen Auslegungsverfahren für superkritische Profile und Flügel dar. Die Bedeutung stoß-freier umströmter Konfigurationen für die Erzielung hoher aerodynamischer Wirkungsgrade wird an Hand von Entwurfsbeispielen erläutert. Auf die Anwendung superkritischer Strömung bei neuen Konzepten der Aerodynamik wird hingewiesen.

Transonic Flow, Supercritical Airfoils, Wings and Cascades

Methods for Design Aerodynamics of Modern Transport Aircraft

Summary

This report reviews a theoretical concept to obtain shock-free transonic flows with practical application in design aerodynamics of modern aircraft and turbomachinery. The "method of elliptic continuation" or "method of fictitious gas" with its simple basic idea represents a starting point for a number of operational computational procedures to obtain supercritical airfoils and wings. Design examples illustrate the value of shock-free configurations for increasing aerodynamic efficiency. The application of supercritical flow in new aerodynamic concepts is mentioned.

GLIEDERUNG

Bezeichnungen	6
1. Einleitung	7
2. Flug im Transsonikbereich	11
3. Mathematische Grundlagen	13
3.1 Modellgleichungen kompressibler Strömung	13
3.2 Die Strukturen superkritischer Strömung	20
3.3 Integration lokaler Überschallfelder	27
4. Entwurfsverfahren für stoß-freie Profile und Flügel	35
4.1 Hodographenverfahren und inverse Entwurfsmethoden für Profile	36
4.2 Methode des fiktiven Gases	42
4.3 Anwendungen auf Profile und Flügel	45
4.4 Anwendungen auf transsonische Gitterströmungen	50
5. Bewertung von Entwurfsbeispielen	55
5.1 Aerodynamischer Wirkungsgrad superkritischer Profile und Flügel	55
5.2 Nachrechnung und experimentelle Überprüfung von superkritischen Konfigurationen	58
6. Konzepte und Verfahren für Flugzeuge neuer Technologie	62
6.1 Adaptive Flügelsektionen	62
6.2 Transsonische Laminarflügel	64
6.3 Testbeispiele für Theorie und Experiment	66
7. Zusammenfassung	67
8. Schrifttum	68

BEZEICHNUNGEN

a	Schallgeschwindigkeit
A	Schallgeschwindigkeit, dimensionslos mit kritischer Geschwindigkeit
C _a	Auftriebsbeiwert
C _w	Widerstandsbeiwert
D	Dichte, dimensionslos mit kritischer Dichte
F	Stromdichte, dimensionslos mit kritischer Stromdichte
K	Kanonischer Koeffizient
M	Machzahl
P	Parameter des fiktiven Gases
q	Geschwindigkeitsbetrag
Q	Geschwindigkeitsbetrag, dimensionslos mit kritischer Geschwindigkeit
U, V, W	Geschwindigkeitskomponenten, dimensionslos mit kritischer Geschwindigkeit
s, n, b	natürliche Koordinaten
x, y, z	kartesische Koordinaten
α	Anstellwinkel
ϕ	Geschwindigkeitspotential
ψ	Stromfunktion
ρ	Dichte
γ	Verhältnis der spezifischen Wärmen
ν	Prandtl-Meyer Winkel
δ	Strömungswinkel

Indices:

*	bei kritischen Bedingungen
$\infty, 1, 2$	in der An- bzw. Abströmung
($\bar{\quad}$)	Entwicklung bei schallnahen Bedingungen

1. Einleitung

Die Forderung nach erhöhter Wirtschaftlichkeit beim Betrieb moderner Transportflugzeuge hat deren Operationsbereich in höhere Unterschall-Machzahlen verschoben. Bei strahlgetriebenen Flugzeugen ist sowohl der Antriebs- als auch der Gesamtwirkungsgrad proportional zur Flugmachzahl.

Erhöhte Machzahl bringt allerdings ein Auftreten transsonischer Effekte in der Umströmung, wodurch Teile der Wirtschaftlichkeits-erhöhung wieder verlorengehen. Dies ist auf die Entstehung von Stoßwellen zurückzuführen, welche sich im allgemeinen bei der Rekompensation lokaler Überschallgebiete am Flugzeug bilden. Diese Gebiete mit lokaler Überschallgeschwindigkeit entstehen, wenn die Flugmachzahl einen kritischen Wert überschreitet, welcher von der Form und dem Gewicht des Flugzeugs abhängig ist. Während die Stoßwelle selbst Verluste erzeugt, beeinflusst sie auch die Reibungsschicht an der Oberfläche der Flügel in ungünstiger Weise, wodurch Strömungsablösung unvermeidlich zu erhöhten Verlusten führt.

Aerodynamische Profile und Flügel, bei welchen diese ungünstigen Effekte durch eine spezielle Formgebung zu höheren Machzahlen geschoben werden können, sind unter dem Namen superkritische Profile und Flügel bekannt geworden. Ebenso ermöglicht superkritische Profilierung bei Leit- und Laufschaufeln in Turbomaschinen eine Senkung der Verluste. Superkritische Konfigurationen nennt man daher nicht nur beliebige Flugzeugkomponenten bei überkritischer Flugmachzahl, sondern speziell jene, welche ihre Wirtschaftlichkeit bei dieser Geschwindigkeit behalten.

Damit erhebt sich die wichtige Frage der Aerodynamik im Transsonikbereich, ob und wie man in systematischer Weise Profilformen entwerfen kann, welche bei vorgegebenen Betriebsbedingungen Verdichtungsstoßwellen vermeiden.

Ringleb [1] hat analytische Lösungen der Gleichungen für reibungsfreie Gasströmung gefunden, welche ein Gebiet lokaler Überschallgeschwindigkeit stoßfrei in eine Unterschallströmung ein-

betten. Man hat aus diesen Lösungen jedoch nicht erkannt, daß auch Profilströmungen von praktischem Wert gefunden werden könnten, vielmehr stellten mathematische Überlegungen deren Bedeutung in Frage, indem Zweifel an der Existenz und Stabilität stoß-freier Strömungen geäußert wurden. Auch wurde der Transsonik-Bereich eher als Durchgangsphase zum Überschallflugzustand angesehen. Inzwischen wissen wir, daß Zeitersparnis durch Überschallgeschwindigkeit bis jetzt noch nicht den erhöhten Treibstoffverbrauch wettmacht. Auch wurden durch den Überschall-Lärm Beschränkungen bei den Flugrouten notwendig, wodurch insgesamt trotz des technischen Erfolges dem Überschallflugzeug bis jetzt der kommerzielle Erfolg versagt blieb. Dramatisch gestiegene Treibstoffpreise stellen inzwischen einen wesentlichen Anteil der Betriebskosten bei Transportflugzeugen. Das hat dazu geführt, daß sich eine Reihe von Konzepten und Technologien in Entwicklung befindet, womit der Treibstoffverbrauch gesenkt werden kann, mit realistischen Ausichten eine Halbierung in etwa zehn Jahren zu erreichen. Eines dieser Konzepte ist die Technologie superkritischer Konfigurationen, sie ist Gegenstand dieser Arbeit.

Der gewaltige Fortschritt bei der Entwicklung sowohl numerischer Algorithmen als auch schnellerer Rechenanlagen mit größeren Speicherkapazitäten hat große Erfolge bei der Lösung partieller Differentialgleichungen ermöglicht, welche aerodynamischen Vorgängen zugrunde liegen oder diese annähern. Der Computer wurde deshalb zu einem wesentlichen Hilfsmittel beim Entwurf moderner Flugzeuge, auch wenn die Berechnung von Strömungen gegenwärtig komplexe Vorgänge nur näherungsweise beschreibt.

Die bahnbrechenden Experimente von Pearcey [2] und Whitcomb und Clark [3] haben die praktische Bedeutung superkritischer Profilströmungen gezeigt. Pionierarbeit auf dem Gebiet transsonischer Strömungen wurden, lange vor der Anwendung des Großrechners, von Oswatitsch [4] geleistet. An einfachen Beispielen wurden Phänomene schallnaher Strömungen auf ihre gasdynamischen Ursachen zurückgeführt. In anschaulicher Darstellung hat Zierep [5] analytische Modelle für diese Phänomene entwickelt. Diese Arbeiten bilden, mit Guderleys Hodographentheorie [6], eine wesentliche Grundlage der hier entwickelten Methoden.

Wenn superkritische Profil- und Flügelströmungen keine Verdichtungsstöße aufweisen, vermeiden sie offensichtlich eine Reihe von Effekten, welche sich auf die Wirtschaftlichkeit negativ auswirken. Im allgemeinen wird jedoch ein optimaler Wirkungsgrad bei Machzahlen erreicht, welche geringfügig über jener liegen, bei welcher die Strömung stoß-frei verläuft. Der Grund hierfür besteht darin, daß der Wirkungsgrad linear mit der Machzahlerhöhung wächst; die Widerstandserhöhung, welcher der Wirkungsgrad umgekehrt proportional ist, jedoch mit höherer Ordnung proportional der Machzahlerhöhung wächst. Optimale Betriebsbedingungen werden daher erst beim Auftreten schwacher Stoßwellen erreicht. Man kann deshalb berechtigt annehmen, daß die Konstruktion stoß-freier Strömungen nicht notwendig für die Entwicklung wirtschaftlicher superkritischer Konfigurationen ist. Allerdings wird durch die relativ einfache Möglichkeit, stoß-freie Strömungen zu konstruieren, ein wichtiges Hilfsmittel zur Entwicklung wirtschaftlicher Flügel geschaffen.

Die bisher erfolgreiche praktische Anwendung stoß-freier Profile bei speziellen superkritischen Betriebsbedingungen und die Möglichkeit in systematischer Weise stoß-freie Komponenten für Flugzeuge und Turbomaschinen zu konstruieren erlaubt den Schluß, daß solche Konfigurationen von wesentlicher Bedeutung für die Entwurfsaerodynamik sind. Gegenstand dieser Arbeit ist die Beschreibung von Methoden stoß-freie Strömungen zu erhalten; dabei wird das einfachste Konzept ausführlich beschrieben, weil es mit verschiedenen numerischen Verfahren realisiert werden kann.

Zunächst sei der Leser auf Phänomene transsonischer Strömung hingewiesen, welche an Flügeln und ihrer zweidimensionalen Vereinfachung, an Profilen, auftreten. Bei der Erstellung geeigneter Modelle für die Strömung leistet die Potentialtheorie in Verbindung mit der Verdrängungswirkung von Grenzschichten viel, sie erlaubt die Formulierung von Problemen in der Hodographenebene. Daraus folgt die anschauliche Methode zur Konstruktion stoß-freier Strömung, welche unter den Namen "Elliptische Fortsetzung" oder "Fiktives Gas" bekannt wurde. Es folgen einige Bemerkungen über die Anwendung stoß-freier Flügel und den aerodynamischen Wirkungsgrad. Abschließend werden Möglichkeiten zur Weiterentwicklung der Be-

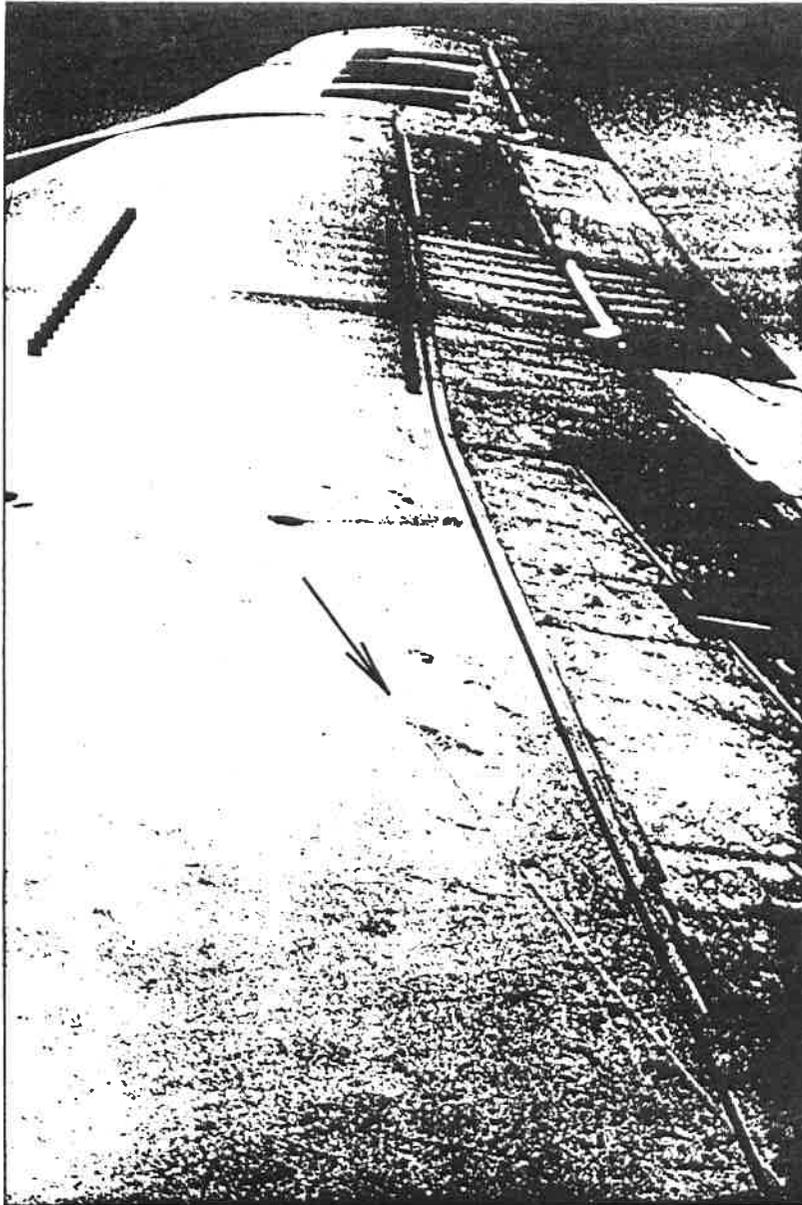


Bild 1 Schattenlinien von Verdichtungsstößen am Flügel.

rechnungsmethoden diskutiert und die Anwendung der Resultate in neuen Konzepten der Entwurfsaerodynamik vorgeschlagen. Auch auf die Anwendung im Bereich transsonischer Gitterströmungen für Turbotriebwerke wird hingewiesen.

Die früheren Resultate theoretischer, experimenteller und numerischer Methoden wurden innerhalb der vergangenen Dekade in einigen Übersichten behandelt [7,8,9]. Systematische rechnergestützte Optimierungsverfahren werden gegenwärtig entwickelt [10], sie sind allerdings erst der Beginn einer Entwicklung, bei welcher Rechnung und Experiment, gekoppelt genutzt, zu optimalen Formen führen wird.

2. FLUG IM TRANSSONIKBEREICH

Beim Reiseflug hat der Passagier moderner Linienflugzeuge die Gelegenheit, das transsonische Phänomen des Verdichtungsstoßes auf der Flügeloberfläche zu beobachten, wenn die Sonnenstrahlen in geeignetem Winkel einfallen: die von der Stoßwelle hervorgerufenen Dichteunterschiede in der Luft erzeugen eine Schattenlinie am Flügel. Im Bild 1 ist solch eine Schattenlinie sichtbar, sie weist hier eine Verzweigung auf, welche durch das Zusammenlaufen zweier Stöße (Pfeile) vom Flugzeugrumpf her entsteht.

Ein Flügel oder eine Flügelsektion mit gewölbtem Profil erzeugt in freier Anströmung eine Zirkulationsströmung, welche den Auftrieb liefert. Wenn die Anströmungsgeschwindigkeit in Unterschallbereich genügend hoch, das heißt superkritisch ist, dann bildet sich an der Flügeloberseite ein lokales Gebiet mit Überschallgeschwindigkeit aus. Beim Verlassen dieses Gebietes wird die Strömung in der Regel durch eine Stoßwelle verzögert. Stärke, Ausdehnung und Position des Stoßes am Flügel sind von der Flugmachzahl, von der Zirkulation und von der Flügelform abhängig. Auf der Flügeloberfläche bildet sich eine Reibungsschicht, welche im Bereich der Stoßwelle eine Aufdickung erfährt, ja sogar ablösen

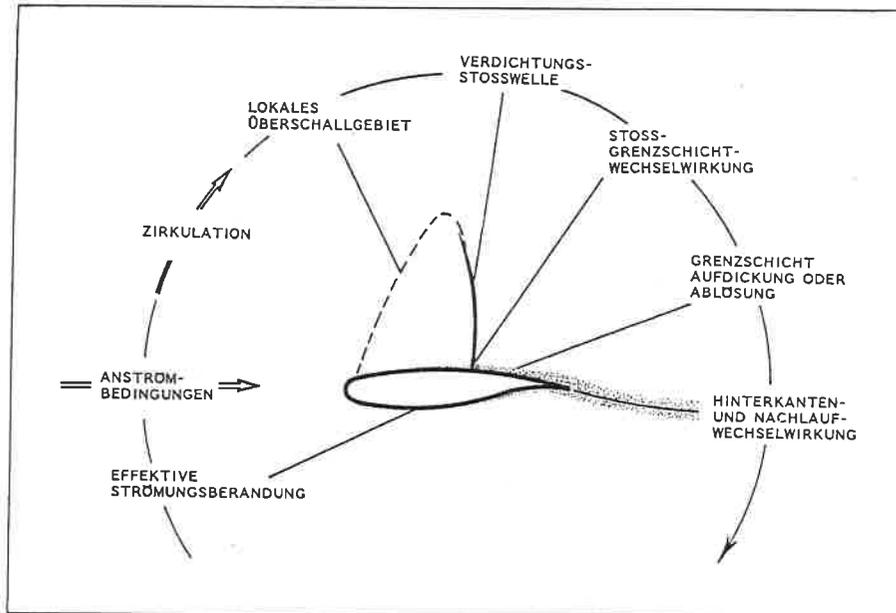


Bild 2 Wechselwirkung zwischen Verdichtungsstoß, Grenzschicht und Nachlauf.

kann. Aber selbst wenn diese Grenzschicht hier nicht ablöst, wird sie an der Hinterkante durch den Stoß eher ablösen. Die Wechselwirkung an der Hinterkante zwischen Reibungsströmung und äußerer, praktisch reibungsfreier Strömung reduziert die Zirkulationsströmung ganz wesentlich, weil die aufgedickte Grenzschicht und der Nachlauf eine effektiv entwölbte Profilform erzeugen. Der Kreislauf globaler Wechselwirkung konvergiert zu einer durch Verdichtungsstoß und Reibungseffekte negativ beeinflussten Auftriebsströmung, siehe dazu Bild 2.

Stoßwellen erzeugen Entropie und damit Widerstand, welcher als Wellenwiderstand bezeichnet wird. Dieser ist relativ schwach wegen der Abhängigkeit vom Drucksprung mit der 3. Potenz bei schwachen Stößen. Auch hat der Wellenwiderstand keinen negativen Einfluß auf den Auftrieb. Es sind daher die Auswirkungen auf die Wechselwirkungen mit der Reibungsströmung, welche den wesentli-

chen störenden Einfluß von Verdichtungsstößen ausmachen. Somit ist es ein Ziel des Entwurfs superkritischer Profile und Flügel, Formen zu entwickeln, welche nur sehr schwache Stoßwellen erzeugen und somit deren negative Effekte auf Auftrieb und Widerstand in Grenzen halten. Natürlich müssen die Methoden für superkritischen Entwurf auch den Erfahrungsschatz herkömmlicher Unterschallaerodynamik enthalten, wie etwa die Auswahl günstigster Druckverteilungen am Profil, um die Grenzschicht bis an die Hinterkante günstig zu beeinflussen.

3. MATHEMATISCHE GRUNDLAGEN

3.1 Modellgleichungen kompressibler Strömung

Praktisch interessierende transsonische Strömungen haben hohe Reynoldszahlen, wodurch die Reibungsströmung auf Grenzschichten und Nachlauf beschränkt ist. Außerhalb der Grenzschichten ist die reibungsfreie Strömung als korrekte erste Näherung des Strömungsfeldes anzusehen. Die ihr zugrunde liegenden Beziehungen sind die Eulerschen Bewegungsgleichungen: Erhaltung von Masse, Impuls und Energie. Die hier interessierenden Strömungen sind drehungsfrei, sie werden es daher außerhalb der Reibungsschicht bleiben, wenn sie frei sind von Stoßwellen. Die von Stoßwellen produzierte Wirbelstärke ist proportional der Entropieproduktion und somit von der dritten Potenz des Drucksprungs abhängig. Für stoß-freie und mit nur schwachen Stößen behaftete Strömungen ist somit die drehungsfreie Näherung für den reibungsbehafteten Anteil gerechtfertigt.

Das Geschwindigkeitsfeld einer drehungsfreien Strömung ist durch den Gradienten eines Potentials bestimmt, dieses erfüllt im wesentlichen die Erhaltung von Impuls und Energie; es bleibt somit als einzige Gleichung zur Beschreibung der Strömung die Erhaltung der Masse, die Kontinuitätsgleichung

$$(1) \quad \text{div}(\rho \text{grad} \phi) = 0$$

mit der Dichte ρ , welche über die Bernoullische Gleichung bekanntlich eine Funktion der Geschwindigkeit ist.

Einige der gasdynamischen Relationen und die daraus und aus (1) folgenden partiellen Differentialgleichungen seien im folgenden zusammengestellt, da sie die Grundlage für eine Reihe von später beschriebenen Verfahren bilden. Dabei erweist sich, besonders für die Anwendung in dieser Arbeit, die Einführung dimensionsloser Größen als vorteilhaft: Geschwindigkeitsbetrag q , Komponenten u, v, w sowie die lokale Schallgeschwindigkeit a werden durch die kritische Geschwindigkeit a_* dimensionslos gemacht, die Dichte ρ durch die Dichte bei kritischem Strömungszustand. Für die bekannten gasdynamischen Zusammenhänge unter diesen Größen gilt dann:

$$Q^2 = (\text{grad } \phi)^2 = U^2 + V^2 + W^2 = q^2/a_*^2,$$

$$(2) \quad D = \rho/\rho_* = [(\gamma+1)/2 - (\gamma-1)/2 \cdot Q^2]^{1/(\gamma-1)}$$

$$A^2 = a^2/a_*^2 = -DQ/(dD/dQ) =$$

$$= (\gamma+1)/2 - (\gamma-1)/2 \cdot Q^2 ;$$

mit dem Verhältnis der spezifischen Wärmen γ . Weiter werden die lokale Stromdichte und lokale Machzahl benötigt,

$$(3) \quad F = D \cdot Q,$$

$$M = Q/A .$$

Alle hier aufgeführten Größen sind Funktionen des Geschwindigkeitsbetrages und somit des Potentialgradienten. Die Kontinuitätsbeziehung (1), für räumliche Strömung in konservativer Form

$$(4) \quad (D\phi_x)_x + (D\phi_y)_y + (D\phi_z)_z = 0$$

oder, unter Benutzung der Relationen (2) in quasilinearer Form

$$(5) \quad (\phi_x^2 - A^2)\phi_{xx} + (\phi_y^2 - A^2)\phi_{yy} + (\phi_z^2 - A^2)\phi_{zz} +$$

$$+ 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + 2\phi_x\phi_z\phi_{xz} + 2\phi_y\phi_z\phi_{yz} = 0$$

stellt somit die Grundgleichung für drehungs- und stoß-freie oder mit nur schwachen Stößen behaftete Strömungen dar. Stöße werden in Potentialströmungen durch Diskontinuitätsflächen mit Geschwindigkeitssprung genähert, wobei die Beziehungen (2) erhalten bleiben. Numerisch wird dafür i.a. Gleichung (4) vorgezogen. Großes Interesse an einer genaueren Berechnung stoß-behafteter Strömungen, besonders solcher mit starken Stößen und Entropieproduktion, hat die Entwicklung von Verfahren zur Lösung der Eulerschen Gleichungen vorangetrieben. Für schwache Abweichungen vom stoß-freien Auslegungszustand einer Konfiguration sind jedoch die Differentialgleichungen (4) oder (5) völlig ausreichend, zu lösen ist aber das Problem der numerischen Erfassung von Stoß-Diskontinuitäten.

Transsonische Phänomene sind gekennzeichnet von einer Wechselwirkung zwischen den Unterschall- und Überschallbereichen der Strömung. Die Verdrängungswirkung des Stromfadens ist umgekehrt proportional der Stromdichte F , welche als Funktion der Geschwindigkeit Q beim kritischen Wert 1 ein Maximum erreicht. Dichte D und Stromdichte F sind in Bild 3 als Funktionen der Geschwindigkeit entsprechend (2), (3) dargestellt. Zum Verständnis transsonischer Phänomene kann man sich auf den Bereich $Q \sim 1$ und schwache Abweichungen von der Parallelströmung beschränken, was zu lokaler Entwicklung der gasdynamischen Relationen führt:

$$\bar{U} = (U-1) \sim (Q-1) = \bar{\phi}_x$$

$$\bar{V} = v \ll 1 = \bar{\phi}_y$$

$$(6) \quad \bar{W} = W \ll 1 = \bar{\phi}_z$$

$$\bar{D} = 1 - \bar{U} - (\gamma-1)/2 \cdot \bar{U}^2$$

$$\bar{F} = 1 - (\gamma-1)/2 \cdot \bar{U}^2 .$$

Setzt man diese Größen in (5) ein, so folgt daraus die vereinfachte Differentialgleichung

$$(7) \quad \bar{\phi}_x \bar{\phi}_{xx} - \bar{\phi}_{yy} - \bar{\phi}_{zz} = 0 ,$$

welche als Grundgleichung der sog. "schallnahen" Theorie [11]

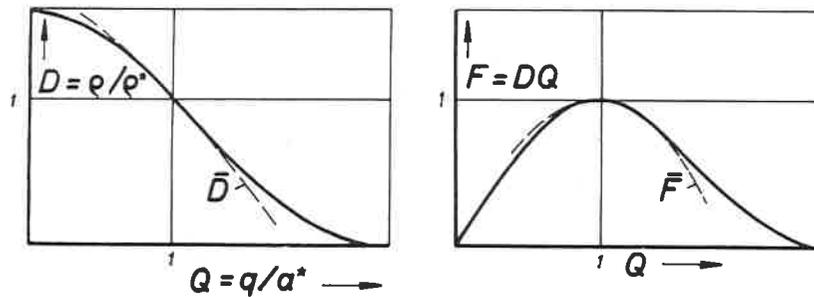


Bild 3 Dichte und Stromdichte als Funktion der Geschwindigkeit. Mit dem kritischen Zustand dimensionslos gemachte Größen. Schallnahe Entwicklung \bar{D} , \bar{F} .

zur Beherrschung der mathematischen Schwierigkeiten wesentlich beigetragen hat, was bei der numerischen Lösung der Gleichungen (4), (5) genutzt werden konnte.

Beschränkt man sich auf ebene, zweidimensionale Strömung in der (x,y) -Ebene, dann kann das Potential ϕ , welches die Drehungsfreiheit

$$(8) \quad U_y - V_x = 0$$

implizit enthält, auch durch eine Stromfunktion ψ ersetzt werden, welche mit dem Potential durch

$$(9) \quad \begin{aligned} \psi_x &= -D\phi_y \\ \psi_y &= D\phi_x \end{aligned}$$

verbunden ist. Für ψ ist die Kontinuitätsbedingung implizit erfüllt, eine (4) entsprechende Differentialgleichung erhält man durch Einsetzen in (8):

$$(10) \quad (\psi_x/D)_x + (\psi_y/D)_y = 0$$

oder in quasilinearer Form

$$(11) \quad (\psi_y^2 - A^2 D^2) \psi_{xx} + (\psi_x^2 - A^2 D^2) \psi_{yy} - 2\psi_x \psi_y \psi_{xy} = 0.$$

Der Gradient einer Lösung $\psi(x,y)$ ist identisch mit der Stromdichte

$$(12) \quad F = \text{grad}\psi.$$

Mit der Stromfunktion können, zumindest prinzipiell, auch Strömungen mit starken Verdichtungsstößen beschrieben werden, wenn auf der rechten Seite von (10) anstatt Null eine der Entropieproduktion im Stoß entsprechende Drehungsverteilung berücksichtigt wird.

Ebene Strömung erlaubt eine Umformung der angegebenen Relationen, welche zu linearen Differentialgleichungen führt. Damit wurden besonders analytische Modelle für transsonische Phänomene gewonnen, welche in der transformierten Arbeitsebene oft sehr klaren Einblick in die physikalische Qualität einer Strömung mit gemischten Unter- und Überschallgeschwindigkeiten geben. Es gibt mehrere Möglichkeiten, solche Arbeitsebenen (Hodographen) zu bilden, ihre Koordinaten sind Funktionen der Geschwindigkeitskomponenten. Eine spezielle Transformation sei hier ausgewählt, weil sie den Übergang von der Theorie konformer Abbildung für elliptische (Unterschall-) Felder zur Charakteristikenmethode für hyperbolische (Überschall-) Bereiche darstellt. Die beide Gebiete abdeckende spezielle Hodographenebene ist unter dem Namen "Rheograph" bekannt geworden. Sie ist definiert durch eine Funktion der lokalen Geschwindigkeit Q oder Machzahl M

$$(13) \quad v = \int_1^Q \frac{\sqrt{|1-M^2|}}{Q} dQ,$$

als Chaplygin-Variable oder Prandtl-Meyer-Winkel bekannt, und den lokalen Strömungswinkel

$$(14) \quad \vartheta = \text{arctg}(V/U).$$

Für Potential ϕ und Stromfunktion ψ erhält man ein System von zwei linearen Differentialgleichungen

$$(15) \quad \begin{aligned} \phi_\nu &= \pm K(\nu) \psi_\vartheta \\ \phi_\vartheta &= K(\nu) \psi_\nu \end{aligned}$$

mit dem Koeffizienten K , welcher ebenfalls eine Funktion des Geschwindigkeitsbetrages und somit der Variablen ν ist:

$$(16) \quad K = \sqrt{|1-M^2|}/D.$$

Im Unterschallbereich $\nu < 0$ ist das System (15) elliptisch (negatives Vorzeichen in der ersten der beiden Gleichungen) und verwandt mit den Cauchy-Riemannschen Gleichungen, es bildet in dieser Form die Grundgleichungen sowohl quasikonformer Abbildung als auch elektrostatischer Potentialverteilungen in einem ebenen Leiter (Rheoelektrische Analogie, davon der Name Rheograph für diese spezielle Hodographenebene).

Im Überschallbereich $\nu > 0$ ist das System (15) hyperbolisch (positives Vorzeichen), die Arbeitsebene stellt eine gedrehte Charakteristikenebene dar, mit

$$(17) \quad \begin{aligned} \xi &= \vartheta + \nu \\ \eta &= \vartheta - \nu \end{aligned}$$

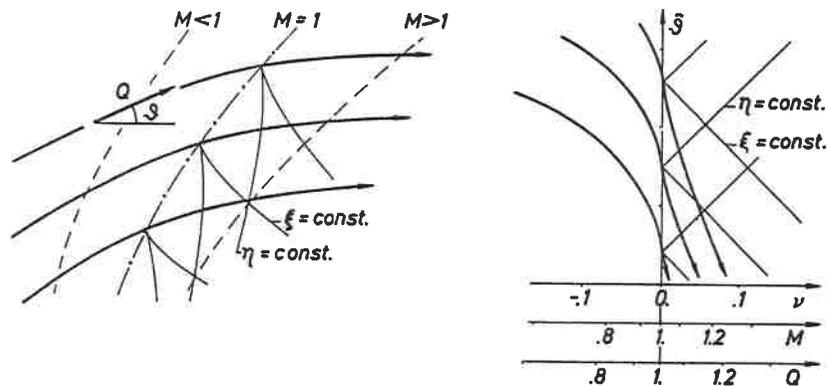


Bild 4 Strömungselement mit beschleunigtem Schalldurchgang. Abbildung in die Rheographenebene.

kann (15) auf die charakteristische Form

$$(18) \quad \begin{aligned} (d\psi/d\phi)_{\eta=c} &= 1/K \\ (d\psi/d\phi)_{\xi=c} &= -1/K \end{aligned}$$

gebracht werden.

Im Bild 4 ist die Abbildung eines Strömungselements mit Schalldurchgang in die Rheographenebene dargestellt. Man erkennt darin die von der Schalllinie ausgehenden Charakteristiken im Überschallbereich, in der physikalischen Ebene Neilsche Parabeln, im Rheographen unter 45° geneigte Geraden. Die Lösungen $\phi, \psi(\nu, \vartheta)$ im elliptischen ($\nu < 0$) und hyperbolischen ($\nu > 0$) Bereich haben an der Schalllinie ($\nu = 0$) gemeinsame Werte $\phi^*, \psi^*(0, \vartheta)$. Eine Definition dieser Werte entspricht somit der Vorwegnahme der Wechselwirkung zwischen Unter- und Überschallgebiet, was für die im folgenden beschriebene Vorgangsweise von zentraler Bedeutung ist.

Zum Abschluß dieser Aufstellung einiger bekannter und für die Erläuterung transsonischer Entwurfsverfahren zweckmäßiger Grundgleichungen sei noch eine schallnahe Form der Grundgleichung im Hodographen angegeben, sie vereint die Vorteile linearer Gleichungen mit der Konzentration auf die bei schallnaher Entwicklung hervorgehobenen Phänomene. Man nennt die Differentialgleichung

$$(19) \quad \phi_{\bar{U}\bar{U}} - \bar{U} \phi_{\bar{V}\bar{V}} = 0,$$

auch Tricomis Gleichung, eine Lösung für das Potential $\phi(\bar{U}, \bar{V})$ in der schallnahen Hodographenebene (\bar{U}, \bar{V}) gibt in inverser Form die Koordinaten $x(\bar{U}, \bar{V})$, $y(\bar{U}, \bar{V})$ der Strömungsebene an,

$$(20) \quad \begin{aligned} x &= \phi_{\bar{U}} \\ y &= \phi_{\bar{V}} \end{aligned}$$

Einige einfache, für die Erläuterung des im folgenden ausführlicher dargestellten Entwurfsverfahrens sehr anschauliche analytische Beispiele sind Lösungen der Tricomi-Gleichung (19). Auch die

ersten stoßfreien Profilströmungen wurden durch Überlagerung geeigneter Partikulärlösungen im Hodographen gefunden.

3.2 Die Strukturen superkritischer Strömung

Ein Vergleich der Strukturen transsonischer Strömungen mit und ohne Verdichtungsstoß sollte Einblick in die benötigte Vorgangsweise geben, um Verdichtungsstöße durch theoretische und später konstruktive Maßnahmen zu vermeiden, also stoß-freie Strömungen systematisch zu entwickeln. Messung und Beobachtung bei Windkanalversuchen sind die Grundlage für die Skizze (Bild 2) und Erklärung der globalen Wechselwirkung einer realen Profilströmung. Hier interessiert nun vor allem die Struktur der äußeren Strömung ohne Reibung, die Gestalt von Schalllinie und Stoßwelle. Bild 5 zeigt Schlierenaufnahmen und Interferenzaufnahmen von Verdichtungsstößen an Profilen. Diese geben zusammen mit Druckmessungen und Grenzschichtrechnungen eine hinreichende Grundlage für eine Analyse der Außenfeldstruktur, einschließlich der für die reibungsfreie Strömung wirksamen Randbedingung. Letztere kann bei bekannter Druck- bzw. Geschwindigkeitsverteilung und Strömungswinkelverteilung in den Hodographen übertragen werden.

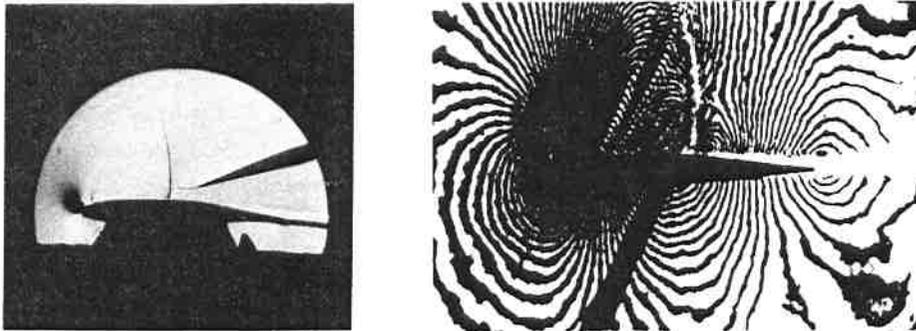


Bild 5 Schlierenaufnahme eines Profils im Windkanal mit Stoßwelle, Druckmeß-Sonde (Stanewsky). Interferometrische Aufnahme eines Profils mit Stoßwelle, Linien gleicher Dichte (Spaid u. Bachalo).

Hier sei ein im Windkanal getestetes Profil ausgewählt, um dessen Umströmung zu modellieren, indem sie im Rheographen rekonstruiert wird (Bild 6). Es steht die Profilgeometrie und die Grenzschichtverdrängungsdicke an der Saugseite zur Verfügung. Daraus folgt die für die reibungsfreie Strömung wirksame Berandung, hier wird die Strömungswinkelverteilung $\vartheta(x)$ benötigt. Aus Druckmessungen an der Oberfläche, aber auch direkten Sondenmessungen (Bild 5a) im Feld folgt die Geschwindigkeitsverteilung an dieser Berandung und aus ihr die Rheographenabszisse $v(x)$. Mit $v(x)$ und $\vartheta(x)$ kann im Rheographen die Konturabbildung eingetragen werden. Die Abbildung des gesamten Überschallfeldes liegt nun zwischen ϑ -Achse und dieser Berandung. Eine iterative Berechnung dieses Feldes mit einem Charakteristikenverfahren erlaubt die Auffindung der (nicht aus den Messungen erhaltenen) Schalllinie bis in den Bereich, wo die Charakteristiken durch Überfaltung eine mehrdeutige Lösung ergeben. Diese Überfaltung ist aber gerade das mathematische Modell eines im Strömungsfeld sich formierenden Verdichtungsstoßes. Bei Kenntnis des Stoß-Fußpunktes am Profil und des Strömungsfeldes vor dem Stoß - hier aus dem Charakteristikenverfahren - , und nach dem Stoß - hier aus Sondenmessungen des Unterschallgebietes - kann die Stoßkurve rekonstruiert werden und ihre Lage, Form und Höhe im Feld mit der optischen Beobachtung verglichen werden. Im Bild 6 sind das Netz der Charakteristiken und einige für die Konstruktion wesentliche Punkte in der Strömungsebene und im Rheographen eingetragen. Die Abbildung der Stoßkurve zerfällt in einen "Vor-Stoß-Ast" im Überschallbereich (Kurve PQ'G'F') und in einen "Nach-Stoß-Ast" (PQ"G'F"), welcher bis auf das kurze Stück PQ" im Unterschallbereich liegt. Die Abbildung der Berandung, durch den Verdichtungsstoß in F aufgetrennt, kann nun durch die beiden Äste der Stoßabbildung geschlossen werden. Dabei tritt im Unterschallbereich eine Schlinge in der Gesamtkurve Kontur plus Stoß auf, welche auf eine Mehrdeutigkeit der Abbildung im Rheographen schließen läßt. Tatsächlich beobachtet man (Bild 5b) in der Geschwindigkeitsverteilung hinter Stößen einen Sattelpunkt, der in der Hodographendarstellung als Verzweigungspunkt R erscheint und die Verbindung zu einem zweiten Riemannschen Blatt herstellt, in welchem ein kleiner Bereich des Strömungsfeldes (begrenzt durch die punktierte Linie) abgebildet ist.

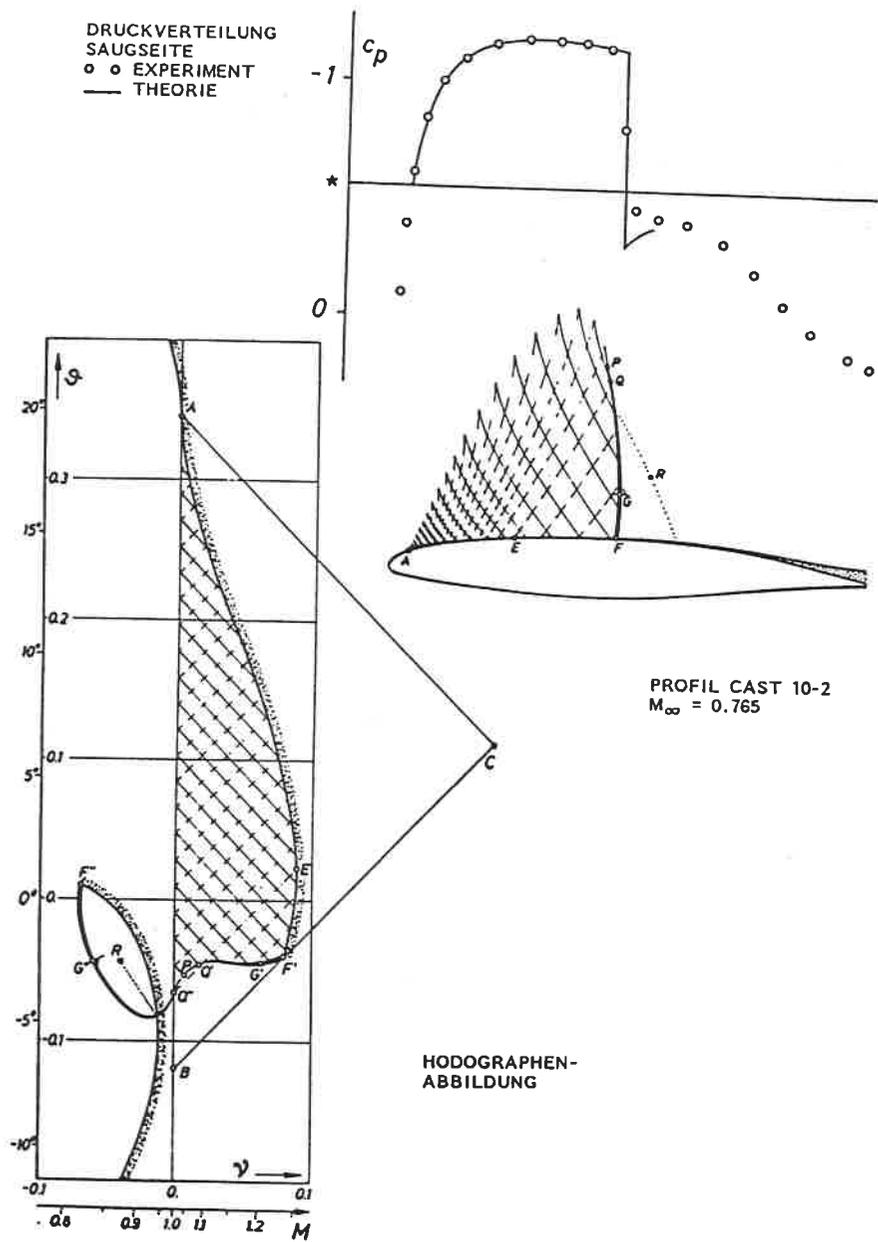


Bild 6 Rekonstruktion eines lokalen Überschallgebiets mit Stoß aus dem Experiment.

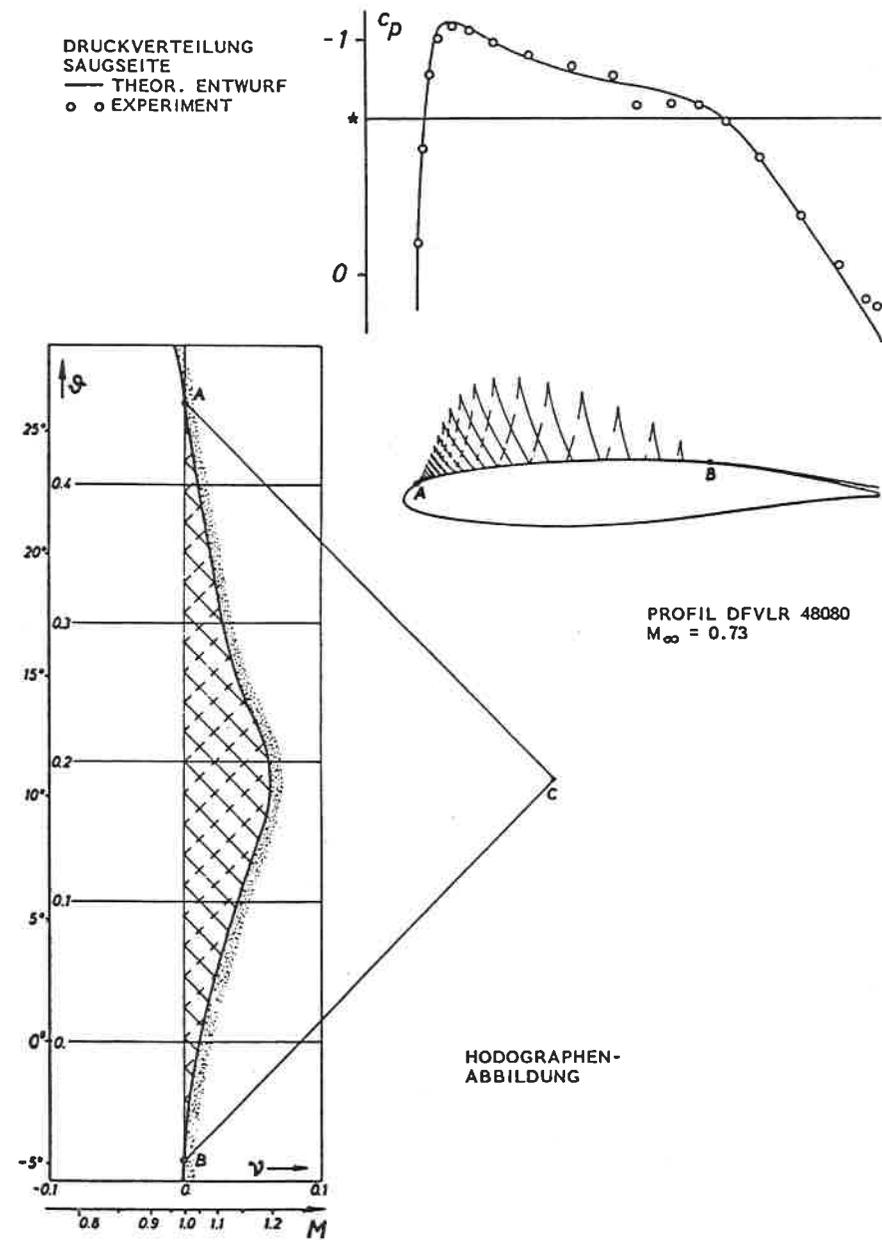


Bild 7 Entwurf einer stoß-freien Profilströmung, experimentelle Überprüfung.

Zusammenfassend sei nochmals auf die ausgezeichneten Punkte des Verdichtungsstoßes hingewiesen. Der Stoß formiert sich im Überschallfeld durch zusammenlaufende Charakteristiken (Verdichtungs- wellen) im Punkt P. Sehr nahe diesem Punkt führt er von Über- schall- auf Schallgeschwindigkeit, (Punkt Q), hier endet die Schalllinie. Der Verdichtungsstoß ist senkrecht zur lokalen An- strömung im Punkte G, die Strömung erfährt keine Ablenkung, so- mit ist die φ -Ordinate der Punkte G', G'' im Rheographen gleich. Im Fußpunkt F modelliert ein schiefer Stoß mit Winkelablenkung ($\varphi_{F''} > \varphi_{F'}$) die Grenzschichtaufdickung. Die dort gemessenen Ober- flächendrücke sind allerdings durch die Grenzschicht zwischen Über- und Unterschallwerten ausgleichend verschmiert, wie man aus den Meßpunkten sieht. Am Außenrand der Grenzschicht wird häufig eine Nachexpansion beobachtet, die auch in diesem Mo- dell enthalten ist. Bei reibungsfreier Strömung um eine gekrümm- te Wandkontur fallen die Punkte G und F zusammen, die Nachexpansion ist dann durch die bekannte logarithmische Singularität nach Oswatitsch und Zierep [12] beschrieben. Eine ausführlichere Analyse von Stoß-Kurven-Modellen in Strömung mit und ohne Rei- bung findet sich in [13].

Vorliegendes Beispiel wurde aus einem Experiment nachkonstruiert. Genau umgekehrt wurde beim folgenden Beispiel, Bild 7, vorgegan- gen: Mit einer der im folgenden erläuterten Methoden wurde eine stoß-freie Profilströmung konstruiert, ein Profilmodell herge- stellt und im Windkanal untersucht. Im Bilde sind die theoretisch berechnete und die im Experiment [14] gefundene Druckverteilung einander gegenübergestellt. Wieder sind das Profil mit seinem Überschallfeld und die Abbildung des letzteren in den Rheographen dargestellt. Man erkennt die wesentlich einfachere Struktur der Strömung, ein Rekompansionspunkt B der Schalllinie auf der Kontur ersetzt die komplizierten Einzelheiten der Punkte P, Q, G, F und R.

Ein Vergleich der Charakteristikenfelder der beiden Strömungen mit und ohne Stoß zeigt, daß vor allem das Zusammenlaufen der Charakteristiken (Punkt P) in der Strömungsebene vermieden werden muß, um Stoßfreiheit zu garantieren. Dies erfordert eine sehr sorgfältige Abstimmung der Schalllinienform und der Verteilung des Strömungswinkels auf ihr. Jede kleine Änderung des äußeren

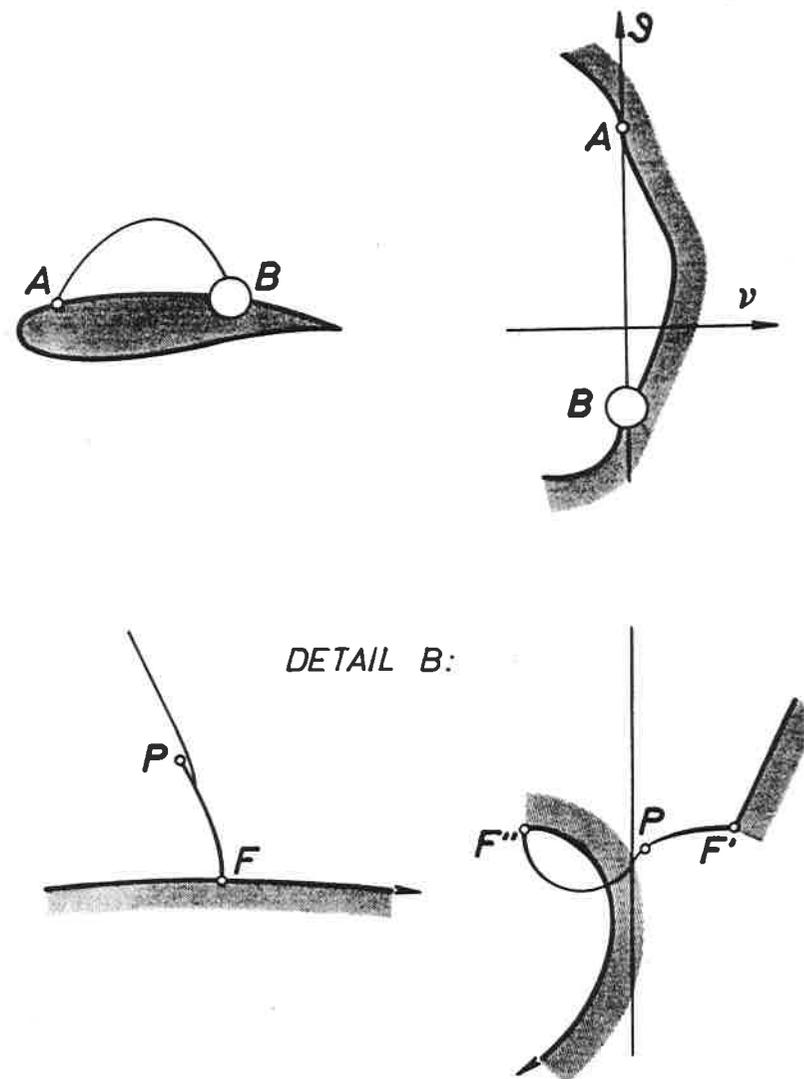


Bild 8 Stoß-freie Strömung als Grenzfall einer Strömung mit Stoß, Abbildung in den Rheographen. Detail im Bereich B: Stoßwelle PF.

Strömungsfeldes oder der Profiloberfläche wird das Gleichgewicht stoß-freier Rekompensation stören, und die Störungen werden - zwischen Schalllinie und Profilkontur hin und her reflektiert - stromabwärts zum Zusammenlaufen der Machwellen in einem Punkt P führen. Die Dynamik der Rankine-Hugoniot-Stoßbeziehungen, oder im Rahmen der Potentialtheorie ihrer isentropen Näherung, erzwingt dann die übrigen Einzelheiten der Strömung.

Man könnte eine stoß-freie Strömung als Grenzfall einer stoßbehafteten Strömung definieren, bei welcher die Ausdehnung PF der Stoßwelle verschwindend klein und die Stoßstärke verschwindend schwach ist (Bild 8). Dieser theoretische Grenzfall hat ein Gegenstück in der abgelösten Kopfwelle vor einem Profil in Überschallanströmung, wenn sich die Anströmmachzahl dem Wert Eins nähert: Asymptotisch wächst der Kopfwellenabstand [15], und es vermindert sich gleichzeitig die Stoßstärke, so daß der Schallanströmzustand ohne Kopfwelle als Grenzfall in der Lösung mit Kopfwelle enthalten ist. Dies wurde in [16] gezeigt, eine entsprechende Untersuchung des asymptotischen Verhaltens des Rekompansionsstoßes beim Abweichen vom stoß-freien Zustand ist noch ausstehend und wäre von Interesse für Aussagen über die Stabilität stoß-freier Strömungen.

Hier wurde vereinfacht gezeigt, wie sorgfältig die Profilgeometrie und das äußere Strömungsfeld aufeinander abgestimmt sein müssen, um stoß-freie Strömungen zu ermöglichen. In ihren klassischen Theorien hat Morawetz [17] gezeigt, daß diese mathematisch voneinander isoliert sind. Dieses Resultat hat zu der irrigen Auffassung geführt, daß stoß-freie Strömung nicht von praktischem Interesse sei, weil jede kleine Störung gleichsam explosionsartig zu einem starken Stoß führen könne. Es war der Verdienst sorgfältiger experimenteller Untersuchungen, gezeigt zu haben, daß bestimmte stoß-freie Strömungen relativ unempfindlich sind gegenüber Störungen, indem die unvermeidlich entstehenden Stöße nur schwach sind. Daraus hat man die Erkenntnis gewonnen, daß die Theorie stoß-freier Strömung für eine systematische Entwicklung von Profilen und Flügeln mit gesteigertem aerodynamischen Wirkungsgrad genützt werden kann.

3.3 Integration lokaler Überschallfelder

Die vorstehenden analytischen Modellierungen von lokalen Überschallgebieten mit und ohne Stoß wurden mit Hilfe des Charakteristikenverfahrens durchgeführt. Dieses ist bekannt und in verschiedensten praktischen Versionen zur Lösung von hyperbolischen Gleichungssystemen eingeführt. Hier wird darauf eingegangen, um seine Anwendung bei Fortschrittsrichtung quer zur lokalen Strömungsrichtung zu zeigen, während man bei hyperbolischen Problemen üblicherweise in Strömungsrichtung fortschreitet.

Das charakteristische System (18) für Potential und Stromfunktion legt die Neigung der Expansions- und Kompressionscharakteristiken in der ϕ, ψ -Ebene fest, sie ist über K eine Funktion der lokalen Geschwindigkeit. Definiert man eine geeignete Anfangsverteilung ϕ^*, ψ^* längs der Kurve AB im Überschallbereich des Rheographen, dann liegt über (18) die ϕ, ψ -Verteilung im gesamten Fortsetzungsgebiet ABC fest, (Bild 9a,b). Numerisch löst man diese Aufgabe durch Diskretisierung des Gebietes in ein Charakteristikennetz, wobei im infinitesimalen Dreieck 123 bei in den Punkten 1 und 2 gegebenem ϕ und ψ die Beziehung für ϕ_3, ψ_3 gilt:

$$(21) \quad \begin{aligned} \phi_3 &= (\phi_1/K_{13} + \phi_2/K_{23} + \psi_1 - \psi_2) / (1/K_{13} + 1/K_{23}) \\ \psi_3 &= (\psi_1 \cdot K_{13} + \psi_2 \cdot K_{23} + \phi_1 - \phi_2) / (K_{13} + K_{23}) \end{aligned}$$

wobei K_{13}, K_{23} zwischen 1 und 3 bzw. 2 und 3 gemittelte Neigungskoeffizienten K nach (16) bedeuten. Damit stellt (21) die Formel für die Integration der Lösung im gesamten Fortsetzungsgebiet dar. Durch die Mittelung wird bei diesem Differenzenverfahren Genauigkeit zweiter Ordnung erhalten, die lineare Beziehung erlaubt eine äußerst schnelle Lösung dieses Anfangswertproblems. Wählt man als Anfangskurve eine Strecke AB auf der Ordinate $v = 0$, dann entspricht die Vorgabe

$$(22) \quad \begin{aligned} \phi &= \phi^*(\vartheta) \\ \psi &= \psi^*(\vartheta) \end{aligned}$$

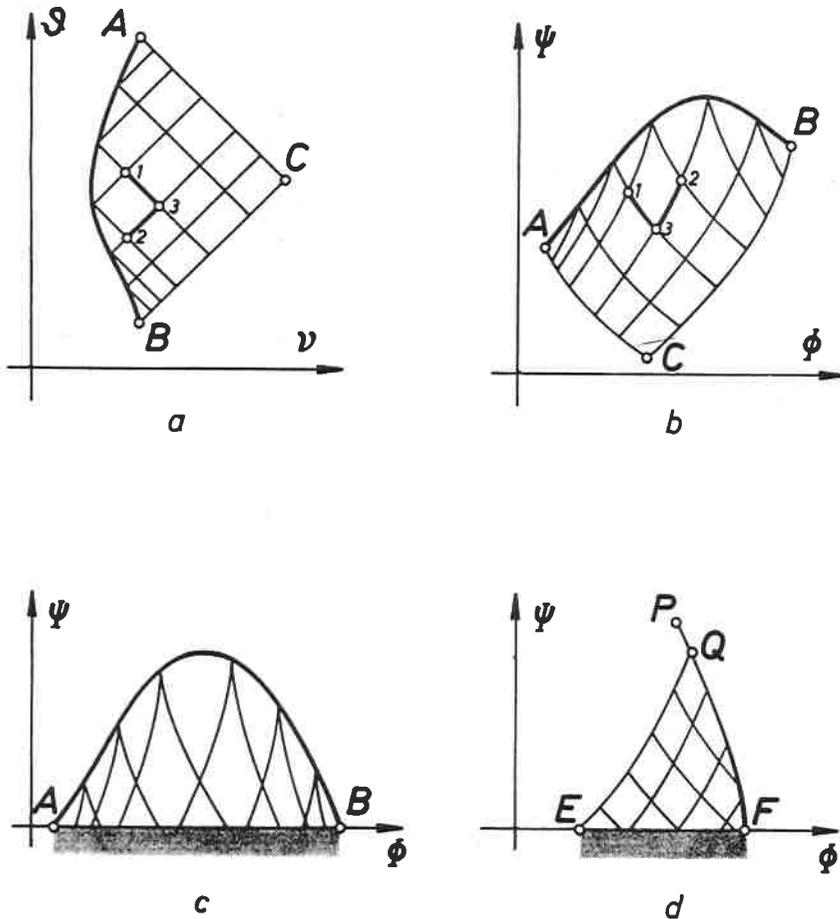


Bild 9 Charakteristikenverfahren im Rheographen:
 a) Anfangskurve AB mit ϕ, ψ -Verteilung, Fortsetzungsgebiet ABC.
 b) Integration von ϕ und ψ von der Anfangskurve aus. Infinitesimales Dreieck 123.
 c) Bestimmung der Lösung entlang $\psi = 0$ (Konturstromlinie).
 d) die Anfangskurve besteht aus einer Charakteristik EQ und einer Stoßfront QF.

einer Strömungswinkel-Verteilung längs vorgegebener Schalllinie, von welcher aus mit der angegebenen "Sägezahn-Methode" das gesamte Feld ABC integriert werden kann. Allerdings wird es nur bis zum Auffinden der Lösungskurve $\psi(v, \vartheta) = \psi_A = \psi_B = 0$ benötigt, diese stellt die Abbildung der Berandung dar (Bild 9c). Ähnlich kann das Feld berechnet werden, wenn die Anfangskurve sich aus einer Expansions-Machwelle EQ und einer Stoßwellen-Vorderseite QF zusammensetzt, (Bild 9d). Die Bezeichnungen dieser Punkte korrespondieren mit den in den Bildern 6 und 7 gezeigten Beispielen. Die Koordinaten der Strömungsebene x, y folgen bekanntlich über die durch (13) und (2) festgelegten Beziehungen $Q(v), D(v)$ aus

$$(23) \quad \begin{aligned} dx &= (\cos \vartheta \cdot d\phi - \sin \vartheta \cdot d\psi/D)/Q \\ dy &= (\sin \vartheta \cdot d\phi + \cos \vartheta \cdot d\psi/D)/Q. \end{aligned}$$

Das an Hand des erläuterten Beispiels einer stoßbehafteten Strömung erwähnte Zusammenlaufen von Verdichtungswellen ist aus dem Vorstehenden daher bestimmt allein durch die Vorgabe der Schalllinie, diese wiederum ist vom umgebenden Unterschallfeld abhängig. Daraus folgt, daß sich die Formation eines Verdichtungsstoßes nicht durch eine lokale Eigenschaft an der Berandung, sondern durch deren Gesamtwirkung auf das Strömungsfeld ergibt, welche bei realen Profilströmungen die komplexen Wechselwirkungen umfaßt, wie sie in Bild 2 skizziert wurden.

Die erläuterte Transformation in Hodographenvariable und das damit gebildete Charakteristikenverfahren gelten für zweidimensionale Strömungen. Im folgenden wird gezeigt, wie das Prinzip der Integration von lokalen Überschallfeldern quer zur Strömungsrichtung auch auf räumliche Felder anzuwenden ist. Dazu ist eine genauere Definition der "zeitartigen" Integrationsrichtung für hyperbolische Probleme nötig.

In zweidimensionaler Überschallströmung sind die Strömungsrichtung und jene senkrecht dazu mathematisch zeitartig und daher geeignet als Fortschrittsrichtung bei der Integration. Vereinfacht kann dieses Problem an der ebenen Wellengleichung

$$(24) \quad \phi_{xx} - \phi_{yy} = 0$$

erläutert werden: hier ist klar, daß die beiden Richtungen x und y gleichwertig zeitartig sind. In räumlicher Strömung ist dies nicht der Fall, wie aus der Wellengleichung

$$(25) \quad \phi_{xx} - \phi_{yy} - \phi_{zz} = 0$$

ersichtlich ist. Hier ist nur x zeitartig. Allerdings kann das Koordinatensystem - x sei hier identisch mit der lokalen Strömungsrichtung s - um die x-Achse gedreht werden, bis z und y mit dem Normalen- (n) und Binormalenvektor (b) zusammenfallen, siehe Bild 10. Im neuen Koordinatensystem s,b,n wird die Wellengleichung zu

$$(26) \quad \phi_{ss} - \phi_{nn} = R$$

wo die rechte Seite R keine zweiten Ableitungen enthält. In der durch s und n gebildeten Schmiegeebene ω zur Stromlinie ist die Strömung lokal eben und daher sind s und n wieder zeitartige

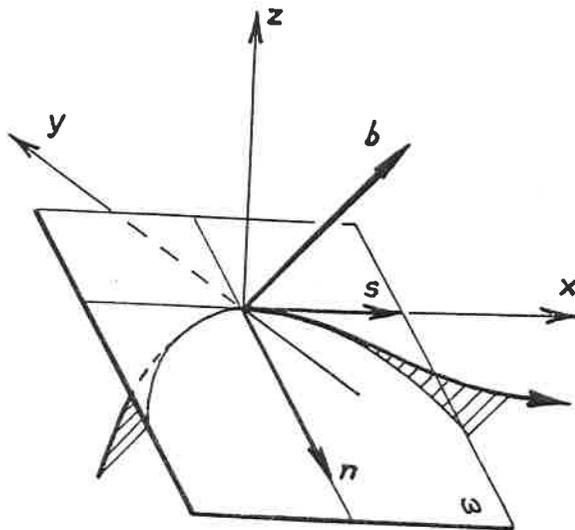


Bild 10 Schmiegeebene an der Stromlinie im Raum.

Richtungen. Allerdings erfordert eine Nutzung dieser lokalen Zweidimensionalität der Strömung entsprechend der Lösung eine laufende Korrektur der Fortschrittsrichtung. In ebener Strömung ist der Fortschritt entlang des Normalenvektors automatisch garantiert, im Raume bedeutet eine näherungsweise feste Vorgabe dieser Richtung, etwa in z-Richtung, die Lösung eines mathematisch unsachgemäß gestellten Problems, was bei der numerischen Berechnung beachtet werden muß. Der Normalenvektor n weist in die Richtung des maximalen Geschwindigkeitsgradienten, somit liegt bei einer analytisch gegebenen Anfangsfläche, mit darauf vorgeschriebener Strömungsvektorverteilung, die Integrationsrichtung fest, wenn man die Grundgleichung (1) auf der Anfangsfläche entwickelt. Daraus folgen die partiellen Ableitungen der Geschwindigkeits-Komponenten, womit auch, fortschreitend in der gewählten Integrationsrichtung, die Verteilung auf einer Nachbarfläche erhalten wird. Dabei ist in konsequenter Anwendung der Vorgangsweise beim "Sägezahn"-Charakteristikenverfahren die Nachbarfläche durch Vorgabe einer Geschwindigkeitsdifferenz ΔQ zu definieren. Bei gegebener Schallisotache $Q = 1$ als Anfangsfläche erhält man dann als Lösung eine Schar von Isotachenflächen $Q = \text{const} > 1$, ähnlich wie die Schalen einer Zwiebel, ("onion peel procedure"), siehe dazu die Skizze Bild 11a. Am eindimensionalen Modell ist dabei, im Bilde rechts, die anzuwendende numerische "leap-frog-marching technique" erläutert, welche Genauigkeit zweiter Ordnung ergibt. In nur wenigen (3-5) Iterationsschritten wird die Nachbarisotache erhalten. Dabei ist ein Rücklauf der Integrationsrichtung bei der Lösung möglich: die Isotachenflächen überschneiden sich dann, was dem Zusammenlaufen und Überfalten der Charakteristiken bei ebener Strömung entspricht. Der Geschwindigkeitsgradient dn/dQ verschwindet hier, was aber die Fortführung des Verfahrens nicht beeinträchtigt. Die hier beschriebene Vorgangsweise wurde zuerst für schallnahe Strömungen angegeben [18]. Sie kann als eine Art räumliches Hodographenverfahren angesehen werden, weil die unabhängige Variable der Geschwindigkeitsbetrag ist. Sie hat den Nachteil, daß sich für die Lösungsflächen $Q = \text{const}$ Stützpunkte a priori nicht bekannten räumlichen Koordinaten ergeben. Es wäre aber wünschenswert, in einem raumfesten Rechnernetz als Ergebnis die Geschwindigkeitsverteilung zu erhalten, wie dies in Bild 11b

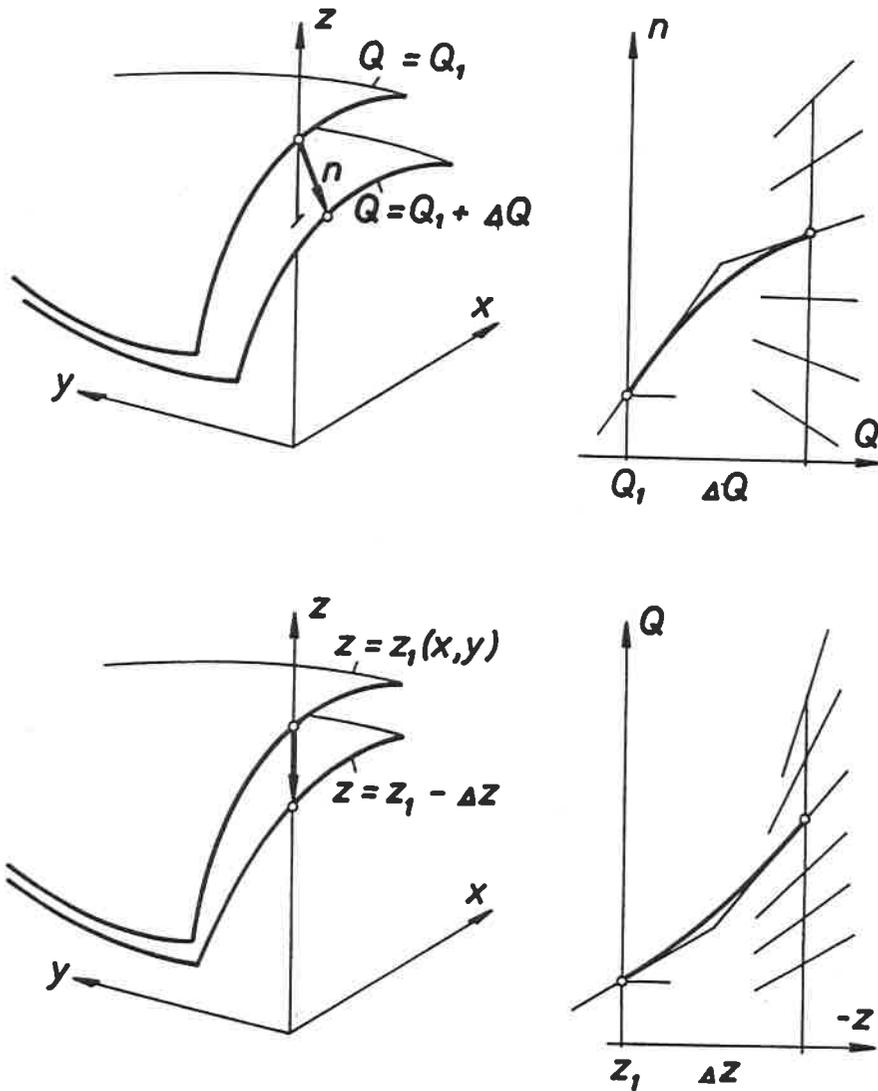


Bild 11 Integration räumlicher Überschallfelder.
 Oben: Isotachenflächenverfahren mit Leap-frog-marching in Richtung steigenden Geschwindigkeitsbetrages.
 Unten: Netzflächenverfahren mit Leap-frog-marching in vorgegebener Richtung.

skizziert ist. Dabei wird dann die das Problem mathematisch sachgemäß stellende Richtung n ignoriert. Dieses Verfahren bricht bei Erreichen einer Überfaltung wegen $dQ/dz \rightarrow \infty$ zusammen und es wird durch die numerische Instabilität besonders dann zu Fehlern führen, wenn die gewählte Integrationsrichtung stark von der Richtung des Normalenvektors abweicht, siehe dazu [19].

In Ergänzung zu dieser Erläuterung des räumlichen Integrationsverfahrens sei daran erinnert, daß auch die zweidimensionalen Charakteristiken symmetrische Schnittlinien räumlicher Mach-Konoide sind, wenn man eine ebene Strömung als speziellen räumlichen Fall betrachtet, etwa beim ungepfeilten Rechteckflügel unbegrenzter Spannweite. In Bild 12 wurde versucht, die Mach-Konoide einzutragen, wenn eine stoß-freie Profilströmung, etwa nach Bild 7, als Flügel in die dritte Dimension fortgesetzt wird. Störungen breiten sich bei Überschallströmungen stromabwärts längs charakteristischer Flächen aus; für einen Punkt auf diesem Flügel bedeutet dies aber, daß er Störungen von in der dritten Dimension noch sehr weitab liegenden Quellen erhält. Dies ist

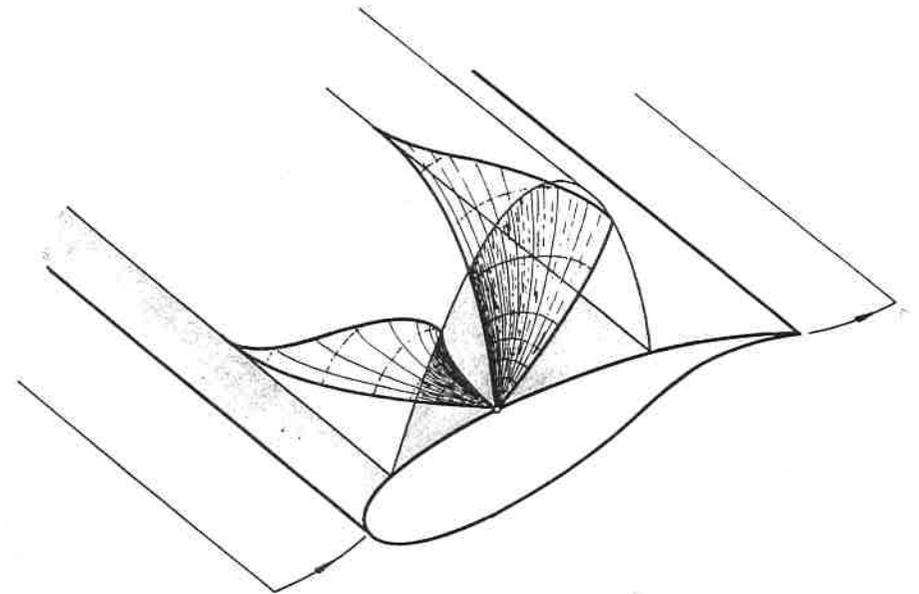


Bild 12 Ebene stoß-freie Profilströmung mit räumlichen Charakteristiken (Mach-Konoiden).

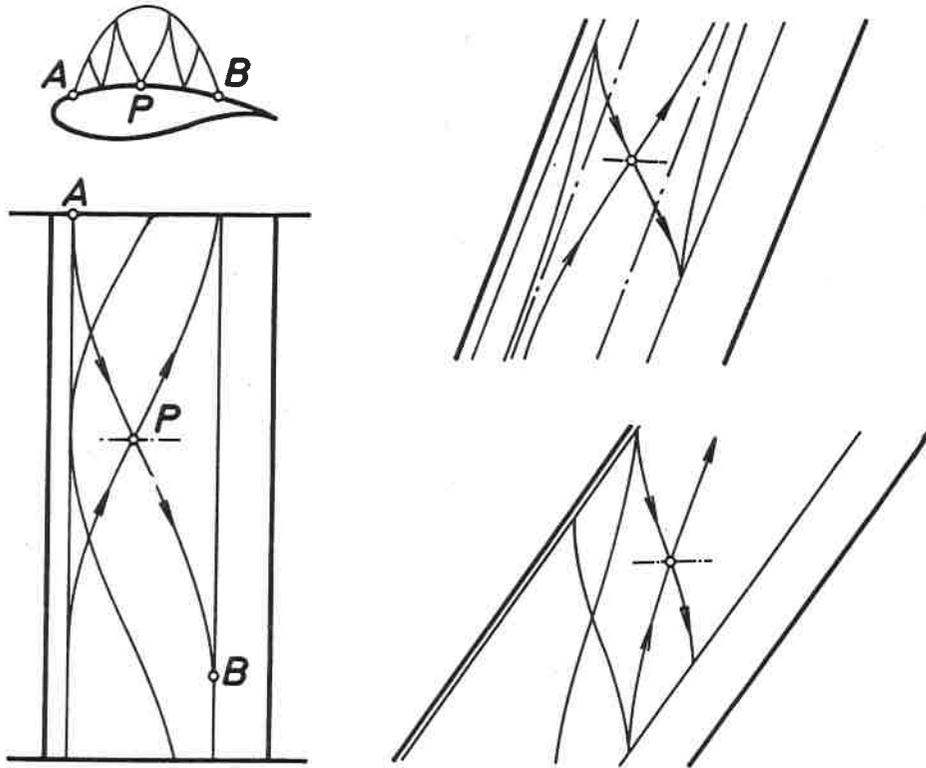


Bild 13 Charakteristiken auf der Flügeloberfläche bei ebener Strömung im Kanal (links), und beim schiebenden Flügel (rechts).

von Bedeutung für Windkanalversuche an Profilen, welche ja immer als Flügelmodell ausgeführt sein müssen: zu geringer Abstand der seitlichen Begrenzungen kann wegen der Wandgrenzschicht die Zweidimensionalität der Strömung zerstören. Das gilt nicht nur für transsonische Strömungen, bei diesen ist durch Reflexion der Störungen an den Kanalwänden aber ein verstärkender Effekt wirksam. Im Bild 13 sind die Charakteristiken auf der Flügeloberfläche dargestellt. Man erkennt, daß es für eine zweidimensionale Profilströmung charakteristische Kenngrößen in der dritten Dimension gibt, etwa den Mindestabstand der Begrenzungswände, wenn gefordert wird, daß jene Charakteristik, welche auf der Flügeloberfläche

und einer Begrenzungswand gerade von der Schallexpansion (Punkt A) ausgeht, die Schallrekompensation (B) noch vor Reflexion an der Gegenwand erreicht.

Im selben Bild sind auch die entsprechenden Verhältnisse beim unendlich gestreckten gepfeilten Flügel skizziert: Pfeilung und am Flügel auftretende maximale lokale Machzahl bestimmen das Auftreten von Asymptoten der Charakteristiken auf der Flügeloberfläche. Für ein Flugzeug mit gepfeilten Flügeln endlicher Streckung bedeutet dies, daß die Qualität der Strömung am Flügel bis zur Spitze hin von den Verhältnissen an der Flügelwurzel beeinflusst wird. Umgekehrt gilt für den vorwärts gepfeilten Flügel, daß alle Störungen zum Rekompensationsgebiet an der Flügelwurzel hinlaufen, womit bei der Auslegung in der Praxis Verdichtungsstöße in diesem Bereich schwer zu vermeiden sein dürften.

Dieser Exkurs in die Topologie lokaler räumlicher Überschallfelder soll zeigen, daß zu einer genauen Berechnung mit dem Ziel, stoßfreie Strömung und die damit verträgliche Oberflächenform zu entwerfen, eine räumliche Erweiterung des ebenen Charakteristikenverfahrens benötigt wird. Einzelne der folgenden zitierten, darauf gründenden praktischen Verfahren benutzen zumeist Näherungen, welche von der ebenen Strömung nicht zu stark abweichen, wie dies für Flügel schwacher Pfeilung und großer Streckung zutrifft, [20].

4. ENTWURFSVERFAHREN FÜR STOß-FREIE PROFILE UND FLÜGEL

Mit steigender Bedeutung des superkritischen Flügels für die Wirtschaftlichkeit von Verkehrsflugzeugen ist auch die Nachfrage nach systematischen Verfahren zur Konstruktion von Strömungen mit verringerten Stoßverlusten gestiegen. Stoßfreie Strömungen stellen dazu einen dem angestrebten Auslegungszustand nahe benachbarten Betriebszustand dar, von dem auf die Verhältnisse optimalen Betriebs geschlossen werden kann. Unter Benutzung der

Möglichkeiten moderner Großrechenanlagen wurden daher Entwurfsverfahren für stoß-freie Flügelprofile entwickelt. Profile sind zur Beschreibung der Flügelsektionen wesentliche Bausteine des Entwurfs. Die Stoßfreiheit der zweidimensionalen Profilströmung kann im allgemeinen am Flügel nicht aufrechterhalten werden, weil der dreidimensionale Charakter der Strömung das empfindliche Gleichgewicht der Stoßfreiheit stört, die auftretenden Stoßwellen werden aber viel schwächer sein, als auf Flügeln mit konventionellen Sektionen.

Der Entwurfsingenieur hat aus diesen Gründen praktische Erfahrung gesammelt, wie sich superkritische Profile am besten bei der Auslegung superkritischer Flügel verwenden lassen. Trotz dieser Bedeutung der Profiltheorie für den Flügelentwurf besteht natürlich ein Bedarf nach systematischen Verfahren für dreidimensionale stoß-freie Strömungen.

Systematische rechnergestützte Verfahren sind seit etwa 10 Jahren verfügbar. Eine kurze Beschreibung der wichtigsten Methoden wird im folgenden gegeben, frühere Arbeiten fußen - mangels Verfügbarkeit über schnelle Rechenanlagen - auf analytischen Methoden und haben eher zum Aufbau des physikalischen Verständnisses beigetragen als daß sie praktische Bedeutung erlangt hätten.

4.1 Hodographenverfahren und inverse Entwurfsmethoden für Profile

Beim "Symposium Transsonicum II" 1975 gab Boerstoeel [21] einen Überblick über die wenigen Hodographenverfahren, welche zu dieser Zeit verfügbar waren. Hier seien sie deshalb nur kurz erwähnt. Partikulärlösungen der Hodographengleichungen wurden zunächst überlagert, Nieuwlands [7] Profilmfamilien wurden auf diese Weise konstruiert. Die Struktur von Hodographenabbildungen tragender Profilströmungen ist bestimmt von Verzweigungspunkten Riemannscher Blätter, Singularitäten und anderen wohldefinierten, aber komplizierten Einzelheiten der abgebildeten Strömung.

Aus diesem Grunde sind Hodographenverfahren keine sehr erwünschten Hilfsmittel der Entwurfspraxis geworden. Allerdings waren sie für etwa eine Dekade die einzigen systematischen Methoden, und Experimente bestätigen die praktische Bedeutung der durch sie gefundenen Profilformen. Boerstoeel und Huizing [22] entwickelten Nieuwlands Methode weiter; eine im Rechner des NLR, der niederländischen Luftfahrtforschungsanstalt, gespeicherte große Anzahl von Partikulärlösungen wird durch numerisch bestimmte Koeffizienten gezielt überlagert, um spezielle Profileigenschaften zu erhalten. Die Arbeiten konzentrieren sich auf den Entwurf sehr dicker Profile, es wurden Grenzen maximaler Anströmmachzahl, Dicke und des Auftriebsbeiwertes angegeben, für welche noch stoß-freie Strömung gefunden werden konnte.

Garabedian und Korn entwickelten eine weitere Hodographenmethode, welche auf einem anderen Konzept beruht. Sie erweiterten die Hodographengleichungen in der charakteristischen Form (4) in den komplexen Bereich. Auf diese Weise kann der elliptische Teil des Strömungsfeldes durch ein hyperbolisches Gleichungssystem gelöst werden, die numerische Auswertung dieser Gleichungen ist relativ schnell. Allerdings muß der interessierende Realteil der komplexen Lösung in einem vierdimensionalen Raum durch Verwendung konjugierter Koordinaten und des Schwartzschen Spiegelungsprinzips gefunden werden. Numerische Programme wurden in Bauer et al. [23] angegeben. Die erste Version dieser Methode war zu kompliziert, um vom Anwender als praktisches Entwurfswerkzeug akzeptiert zu werden. Die Auswahl komplexer Anfangswerte erforderte beachtliche mathematische und weniger physikalische Intuition. Die ersten Resultate waren Profile mit dünnen, scharfen Hinterkanten in reibungsfreier Strömung, später erlaubten offene Hinterkanten die Subtraktion von Grenzschichtverdrängungen, eine verfeinerte Gestaltung des Krümmungsverlaufs nahe der Hinterkante [24] erlaubte die Vermeidung von Ablösung in diesem Bereich durch günstige Druckverteilung. Schließlich wurde die Methode weitgehend automatisiert, gewünschte Druckverteilungen können nun in bestimmten Grenzen vorgegeben werden. Damit ist inverser Profilentwurf möglich, es wird nur mehr Erfahrung des Anwenders mit günstigen Druckverteilungen vorausgesetzt.

Die Struktur einer Reihe transsonischer Phänomene wurde von Sobieczky [25] im Rheographen untersucht. Einfache analytische Modelle für lokale und asymptotische Strömungselemente wurden angegeben. Bei der Konstruktion von speziellen Beispielen wurde dabei eine Vorgangsweise entwickelt, welche sich als grundlegend auch für die im folgenden ausführlicher behandelten direkten Methoden erwies. Es handelt sich um ein der analytischen Fortsetzung entsprechendes Verfahren zur Lösung transsonischer Randwertprobleme. Dies sei hier an Hand eines einfachen analytischen Beispiels illustriert. Das Beispiel ist Lösung der Tricomigleichung (19, 20) und stellt die schallnahe Entwicklung der Ringlebschen Eckenströmung dar. Die Lösung ist für das schallnahe Potential φ und seine Ableitungen, die Koordinaten der Strömungsebene gegeben. Bevor sie hier angegeben wird, sei die Tricomigleichung (19) durch einen Parameter f erweitert

$$(27) \quad \varphi_{\bar{U}\bar{U}} - f \cdot \bar{U} \cdot \varphi_{\bar{V}\bar{V}} = 0,$$

worin zunächst mit $f = 1$ die Gleichung unverändert bleibt. Die lineare Gleichung ist wegen des unterschiedlichen Vorzeichens in \bar{U} entweder von elliptischem ($\bar{U} < 0$) oder hyperbolischem ($\bar{U} > 0$) Typ. Mit einer Schaltfunktion

$$f = f(\bar{U}):$$

$$(28) \quad f = 1 (\bar{U} < 0)$$

$$f = -1 (\bar{U} > 0)$$

erreicht man, daß die Gleichung im Unterschallbereich $\bar{U} < 0$ unverändert bleibt, im Bereich $\bar{U} > 0$ aber nun auch von elliptischem Typ ist, womit sie natürlich nicht mehr die reale Überschallströmung beschreibt. Die Lösung enthält 3 freie Parameter C_1, C_2, C_3 , die Schaltfunktion f ist hier in sie einbezogen:

$$(29) \quad \varphi = C_1 \bar{U}\bar{V} + C_2 \frac{1}{3} \bar{V} (\bar{V}^2 + f\bar{U}^3) + C_3 \bar{U} (\bar{V}^2 + \frac{1}{6}f\bar{U}^3),$$

woraus mit (20) die Koordinaten der Strömungsebene x, y folgen. In Bild 14a ist die "reale" Lösung für $f = 1$ skizziert. Man erkennt die Schalllinie $\bar{U} = 0$, deren Form in Parameterdarstellung

$$(30) \quad \begin{aligned} x^*(\bar{V}) &= C_1 \bar{V} + C_3 \bar{V}^2, \\ y^*(\bar{V}) &= C_2 \bar{V}^2 \end{aligned}$$

bei geeignet gewählten Konstanten eine geneigte Parabel ist und die Schaltfunktion f nicht enthält. Deshalb wird auch der elliptische Teil E für die in Bild 14b dargestellte Lösung unverändert bleiben, wenn hier die teilweise "fiktive" Lösung mit f entsprechend (28) eingesetzt wird. Wegen gleicher Schalllinien und weil f in (29) nur zusammen mit \bar{U}^3 auftritt, ist auch diese Lösung, trotz des Sprungs in f , an der Schalllinie kontinuierlich und glatt. In beiden Bildern ist der aus der \bar{V} -Verteilung folgende Verlauf von Stromlinien skizziert: Man sieht, daß diese im realen Überschallbereich H flacher verlaufen als im elliptisch fortgesetzten Bereich E_f . Angedeutet sind hier, unterhalb einer gewählten Kontur-Berandung, die bei diesen Lösungen auftretenden singulären Stellen: in H eine Überfaltung, welche dem Zusammenlaufen von Überschallcharakteristiken entspricht, und in E_f ein Verzweigungsschnitt als Verbindung zu einem zweiten Riemannschen Blatt. Oberhalb dieser singulären Schnitte ist der Verlauf der Stromlinien glatt und stellt die schallnahe Modellierung eines stoß-freien lokalen Überschallgebietes dar, welches eingebettet ist in die umgebende Unterschallströmung.

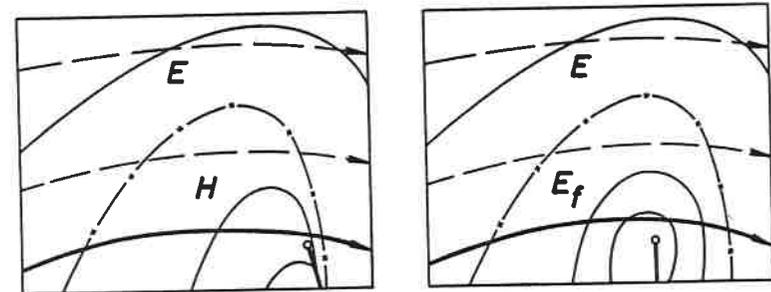


Bild 14 Analytische schallnahe Lösung mit lokalem Überschallgebiet H (links) oder fiktivem lokalem Unterschallgebiet E_f (rechts). Berandungsstromlinien schließen Singularitäten, (in den Bildern unten), aus.

Wozu kann nun die analytische Fortsetzung einer derartigen Lösung verwendet werden? Die Antwort liegt in der von Sobieczky entwickelten Entwurfsmethode für stoßfreie Strömungen, welche die analytische Fortsetzung im Hodographen dazu benutzt, zuerst rein elliptische Randwertprobleme zu lösen, um damit den Unterschallbereich eines Beispiels zu erhalten und eine sinnvolle Schalllinie im Strömungsfeld zu schaffen. Anschließend wird in einer zweiten Stufe, ausgehend von der Strömungswinkelverteilung auf der gegebenen Schalllinie, das reale Überschallfeld integriert, wobei das im vorigen Kapitel näher beschriebene Charakteristikenverfahren benützt wird.

Zur Lösung des elliptischen Randwertproblems schlägt Sobieczky [26] die Nutzung der bereits erwähnten Analogie der Strömungs-Differentialgleichungen (16) im Unterschallbereich des Rheographen vor. Auf dieser Grundlage wurde ein Analogrechner konzipiert [27] und als einfache Netzwerkanlage mit Datenauswertung gebaut (Bild 15). Darauf wird hier nicht näher eingegangen, weil inzwischen durch die Möglichkeiten digitaler Rechenanlagen die Analogie zu unwirtschaftlich ist. Einige stoß-freie Profile wurden jedoch damit entworfen, so auch das in Bild 3 dargestellte und im Windkanal überprüfte Beispiel [15]. Wenn auch die Analogie-Methode kein für die Anwendungen praktisches Werkzeug ist, so konnte doch mit der physikalischen Analogie zu einfachen elektrostatischen Randwertproblemen die Intuition für die Natur transsonischer Strömungen entwickelt werden. Die rheoelektrische Analogie war ein klassisches Hilfsmittel für potentialtheoretische Probleme vor der Zeit numerischer Auswertung am Computer. Der Zusammenhang zwischen dieser Analogie, anderen Hodographenverfahren und den neueren direkten numerischen Methoden wird von Sobieczky [28] beschrieben.

Mit der Entwicklung digitaler Algorithmen ergaben sich mehrere Möglichkeiten, die Analogieströmung durch numerische Lösungen zu ersetzen: so hat Eberle [29] ein Panelverfahren und Hassan et al. [30] einen schnellen Poisson-Löser verwendet. Letztere Methode erlaubt inversen Profilentwurf ähnlich Garabedians Verfahren mit spezifizierter Druckverteilung.

Weitere Methoden wurden entwickelt. Carlson [31] gibt die Profilform an der Vorderkante und am restlichen Profil die Druckverteilung vor, welche auch einen Verdichtungsstoß aufweisen kann. Manche inverse Methoden schreiben stoß-freie Druckverteilung am Profil vor, die resultierende Strömung kann aber Stöße im Feld aufweisen, diese Profile haben dann eine konkave Kontur im Überschallbereich. Obwohl die Nachteile der Stoß-Grenzschicht-Interferenz hier entfallen, kann der Stoß im Feld stark sein und auf

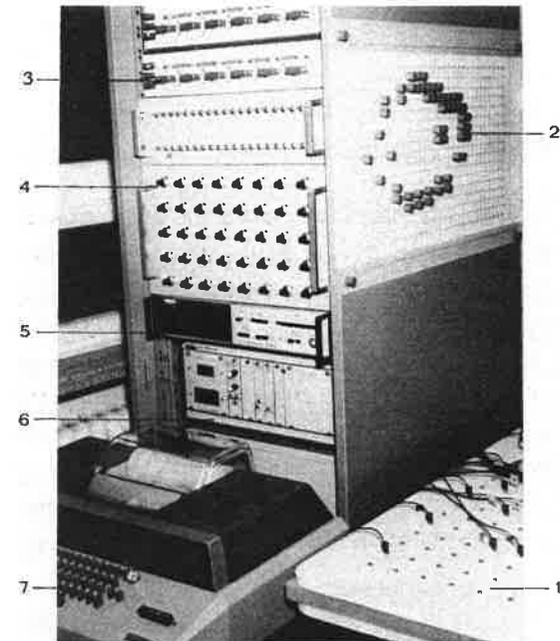


Bild 15 Analog-Rechenanlage zur Auswertung der rheoelektrischen Analogie zur transsonischen Potentialströmung.

- 1 Graphit-Papier Sandwichplatte
- 2 Lösungs-Orientierungsnetz
- 3 Brückenschaltung
- 4 Einstell-Potentiometer
- 5 Digital-Voltmeter
- 6 Daten-Transfereinheit, Scanner
- 7 Fernschreiber zur Datenauswertung.

diese Weise erheblichen Wellenwiderstand erzeugen. Es ist anzunehmen, daß diese Profilströmungen bei vom Auslegungszustand abweichenden Anströmbedingungen plötzlich sehr starke Stöße auf der Kontur aufweisen, ähnlich wie man dies einst bei stoß-freien Strömungen allgemein befürchtet hat. Inverse Methoden mit der Möglichkeit derartige Profile zu entwerfen, sind von Volpe und Melnik [32] und Garabedian und McFadden [33] angegeben worden, letztere Methode kann auch auf Flügel mit Stößen angewendet werden. Ein weiteres inverses Verfahren von Tranen [34] wurde von Henne [35] auf den Flügelentwurf zu einem effizienten Werkzeug für industrielle Anwendungen erweitert.

4.2 Methode des fiktiven Gases

Zur Illustration von Sobieczkys Methode elliptischer Fortsetzung im Hodographen wurde die analytische schallnahe Lösung (29) angegeben: die dabei auftretende Schaltfunktion f ist dort von der Geschwindigkeit abhängig, ihre Bedeutung liegt in der Vereinfachung des elliptischen Randwertproblems. Man muß sich mit dieser abstrakt-mathematischen Deutung der Schaltfunktion jedoch nicht begnügen. Eine physikalische Deutung wird ermöglicht, wenn f auch in die schallnahen Beziehungen (6) und die Differentialgleichung (7) eingeführt wird, so daß diese Systeme mit der durch f erweiterten Tricomi-Gleichung konsistent bleiben:

$$(31) \quad \begin{aligned} \bar{D}_f &= 1 - \bar{U} - (\gamma-1)/2 \cdot \bar{U}^2 + (1-f) (\gamma+1)/2 \cdot \bar{U}^2 \\ \bar{F}_f &= 1 - f \cdot (\gamma+1)/2 \cdot \bar{U}^2 \end{aligned}$$

und

$$(32) \quad f \bar{\phi}_x \bar{\phi}_{xx} - \bar{\phi}_{yy} - \phi_{zz} = 0.$$

Für $f = 1$ geht (31,32) in (6,7) über, für $f = -1$ wird das nicht-lineare System (32) elliptisch, wenn $\bar{\phi}_x > 0$, also in jenem Bereich, welcher bei $f = 1$ Überschallströmung modelliert. Hier ist nun für die zwei- oder dreidimensionale Strömungs-Differential-

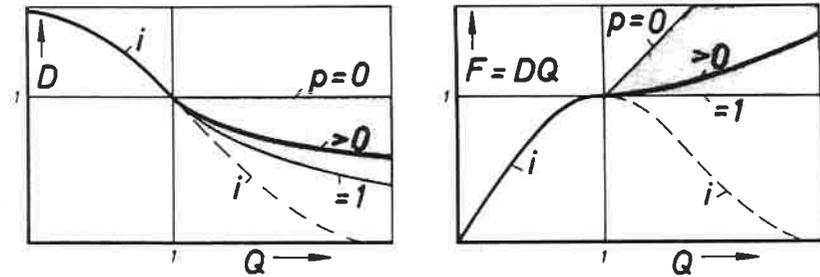


Bild 16 Modifikation der Dichte-Geschwindigkeitsrelation durch im überkritischen Bereich fiktive gasdynamische Eigenschaften. Entsprechendes für die Stromdichte-Geschwindigkeitsrelation. Einparametrisches (p) fiktives Gas innerhalb inkompressibler und kritischer Grenzen.

Gleichung derselbe Effekt erreicht wie oben bei den Hodographengleichungen, wenn nur f abhängig von $\bar{\phi}_x$ als Schaltfunktion verwendet wird.

Es kann nun von schallnahen Variablen auf die vollen Gleichungen (1) - (5) oder (10) - (12) übergegangen werden: Ändert man die Dichte - Geschwindigkeitsbeziehung $D(Q)$ beim Durchschreiten der Schallgeschwindigkeit $Q = 1$, dann kann der Typenwechsel unterdrückt werden und ein elliptisches Randwertproblem als erste Stufe zur Konstruktion einer speziellen transsonischen Strömung formuliert werden. Wiederum kann mit der Bezeichnung "Methode der elliptischen Fortsetzung" der mathematische Gehalt hervorgehoben werden, für den Praktiker brauchbarer erscheint aber die physikalische Deutung als fiktive überkritische Strömung, welche die geänderten Eigenschaften besitzt. Dies wird anschaulich in Bild 16, wo entsprechend Bild 3 Dichte und Stromdichte mit fiktivem überkritischen Verlauf eingetragen sind. Im schattierten Gebiet sind beliebige Fortsetzungen von $D(Q)$ denkbar, mit der Einschränkung

$$(33) \quad dF/dQ = d(DQ)/dQ \geq 0$$

d.h., daß die Stromdichte monoton verläuft. Die Eigenschaften dieses fiktiven Gases können mit Parametern gesteuert werden,

wesentlich erscheint aber hierfür zunächst, wie die Abweichung vom isentropen Verlauf am Schalldurchgang erfolgt. Das kann mit dem einparametrischen Modell

$$(34) \quad D_f(Q) = (1 + (Q-1)/p)^{-P}$$

studiert werden, welches mit $p = 1$ den Grenzfall enthält, daß das gesamte überkritische Gebiet sich parabolisch wie am Schalldurchgang verhält. Dem entspricht $f = 0$ bei den schallnahen Beziehungen. Für $p < 1$ erhält man elliptische Gleichungen, mit dem Grenzfall $p \rightarrow 0$, einem inkompressiblen Verlauf $D = 1$.

Die diesem Modell entsprechende fiktive Schallgeschwindigkeit

$$(35) \quad A_f^2(Q) = Q \cdot (1 + (Q-1)/P)$$

ist für $p < 1$ stets größer als die Geschwindigkeit Q , somit ist dann die fiktive Strömung eine "überkritische Unterschallströmung".

Dichte oder Schallgeschwindigkeit können nun in die Differentialgleichungen (4) oder (5) eingesetzt werden, mit Umschaltung auf fiktiven Verlauf bei Schalldurchgang, welcher durch $\text{grad}\phi = 1$ gegeben ist. Hier werden nun numerische Lösungsverfahren angewandt, wobei die Lösung dieser nichtlinearen, elliptischen konservativen (4) oder quasilinearen (5) Gleichung ohne Typenwechsel im allgemeinen viel einfacher ist als die reale elliptisch-hyperbolische Gleichung. Dies hat seinen Grund zunächst darin, daß keine Verdichtungsstöße auftreten (wegen Monotonie der Stromdichte-Geschwindigkeitsbeziehung, siehe Bild 16), aber auch durch die Verwendung zentraler Differenzen im gesamten Feld zur Lösung des rein elliptischen Problems ohne Umschaltung auf hyperbolische Stromaufwärtsdifferenzen.

In Verbindung mit der Integration des ebenen oder räumlichen lokalen Überschallfeldes, welches von der Schall-Isotachenfläche $\text{grad}\phi = Q = 1$ begrenzt wird, können auf diese Weise stoß-freie transsonische Strömungen konstruiert werden. Führt diese Integration auf Singularitäten zusammenlaufender Isotachen, dann ist

Stoßfreiheit bei der gewählten elliptischen Ausgangsberandung in Verbindung mit dem gewählten fiktiven Gasmodell und der Anström-Machzahl nicht möglich. Senkung von Machzahl, Anstellwinkel und Dicke der Ausgangsform führt dann zum Ziel, indem das resultierende Überschallfeld geringere Ausdehnung an der Saugseite des Profils oder Flügels annimmt.

Dieses neue Verfahren ist für den praktischen Entwurf wesentlich attraktiver als die Hodographenmethoden; seit der ersten Beschreibung von Sobieczky et al. [36] sind eine Reihe von Arbeiten erschienen, welche auf dieser Idee beruhen und unter Benützung neuer numerischer Algorithmen eine Reihe effizienter Rechenprogramme für die Entwurfspraxis ergaben [37-41]. Der Einfluß der Natur des fiktiven Gases, repräsentiert durch seinen Parameter p in der Dichte-Geschwindigkeitsbeziehung $D_f(Q,p)$, wird in [36] untersucht. Für stark belastete Flügel erscheint ein Wert von p nahe 1 (parabolische Grenze) vorteilhaft, während bei $p \rightarrow 0$ (inkompressibles fiktives Gas) flachere Überschallgebiete entstehen, welche für Flügel mit geringem Auftrieb günstig zu sein scheinen. Eine gründliche Untersuchung möglicher Erweiterungen des Gasmodells steht noch aus.

4.3 Anwendungen auf Profile und Flügel

An dieser Stelle seien zwei Verfahren ausgewählt, um die Anwendungen auf den Entwurf stoß-freier Profile und Flügel zu erläutern. Das in Bild 14 skizzierte analytische Beispiel (29) gibt Aufschluß über die Änderungen der Ausgangskontur im Überschallbereich: es ist stets eine Abflachung festzustellen, welche man sich mit dem erhöhten Platzbedarf der realen Strömung gegenüber der fiktiven Ausgangsströmung ($D_f > D$) erklären kann. Wählt man ein bereits vorhandenes Profil, etwa aus der NACA-Systematik, zur Modifikation für einen speziellen Auslegungszustand (M_∞, α), dann wird das resultierende Profil durch seine Abflachung einen Dickenverlust aufweisen. Es ist aber nicht die geringere Profildicke, welche Stoßfreiheit ermöglicht, sondern der lokale Krüm-

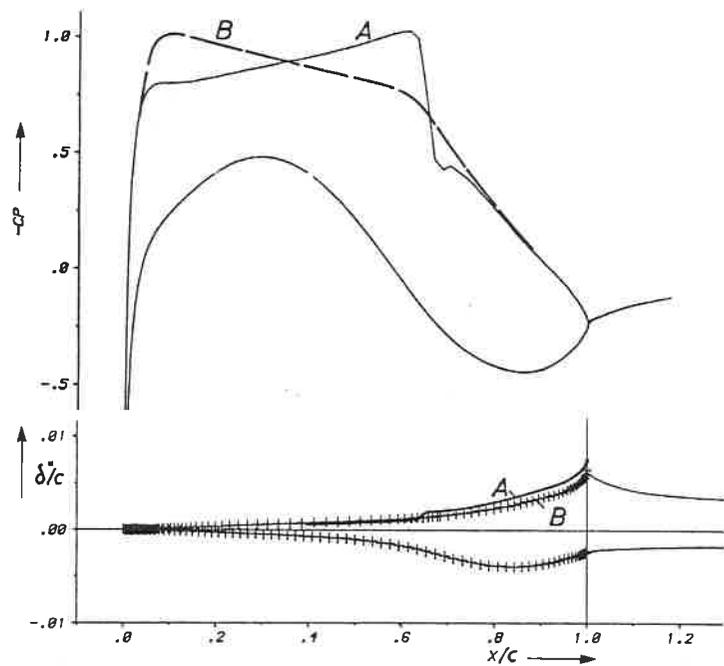
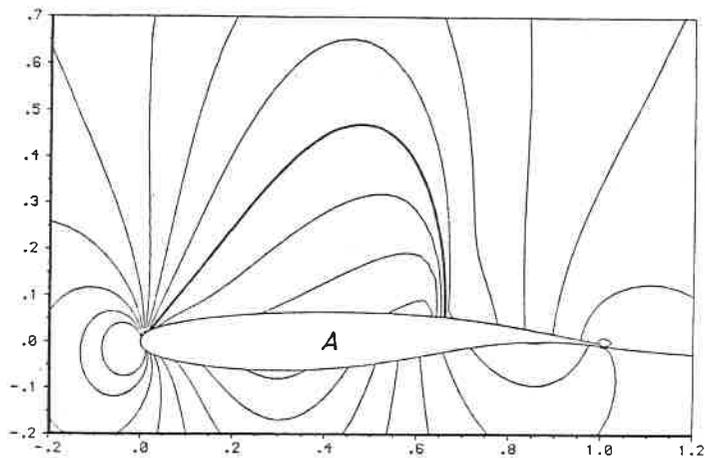


Bild 17 Modifikation eines Profils für stoß-freie Strömung (I): Isotachen im Strömungsfeld des Ausgangsprofils mit Stoß. Druckverteilung des Ausgangsprofils und des stoß-frei modifizierten Profils. Grenzschichtverdrängung bei beiden Profilströmungen. $M_\infty = 0.75$, $c_a = 0.6$, $Re = 40$ Mill.

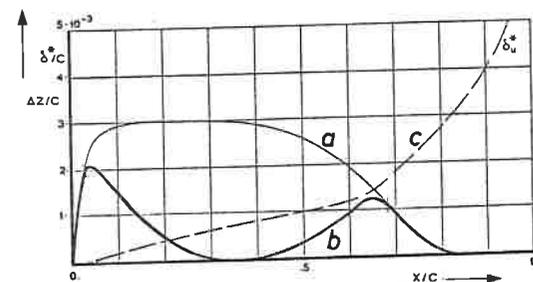
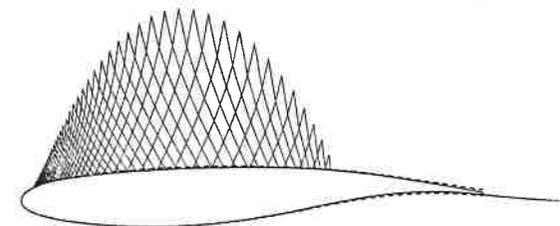
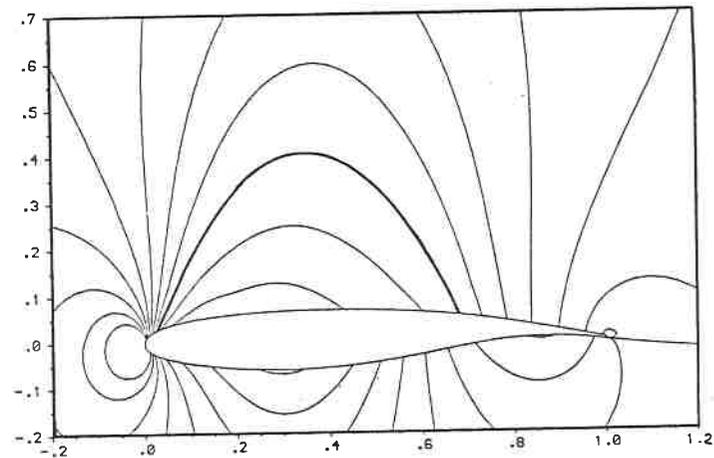


Bild 18 Modifikation eines Profils für stoß-freie Strömung (II): Isotachen mit fiktivem lokalem Gebiet innerhalb der Schalllinie. Charakteristikennetz der das fiktive Gebiet ersetzenden realen Überschallströmung. Oberflächenmodifikation: Ausgangsaufdickung (a), verbleibende Aufdickung nach Entwurfsrechnung (b), Vergleich mit Grenzschichtverdrängung (c).

mungsverlauf an der modifizierten Kontur. Bei geeigneter Aufdickung des gesamten Profils vor der Entwurfsrechnung kann dieser Dickenverlust daher kompensiert werden.

Das in den Bildern 17 und 18 ausführlicher dargestellte Beispiel wurde mit dem von Nebeck et al. [38] entwickelten Computer-Programm berechnet, es ist eine Weiterentwicklung der von Melnik et al. [42] angegebenen Kopplung von äußerer Potentialströmung mit Grenzschichtverfahren einschließlich Interferenzberechnung an Stoß und Hinterkante. Es liegt hier mit der Erweiterung auf stoß-freien Entwurf ein äußerst leistungsfähiges Verfahren vor. Es wurde ein von der Industrie für die Machzahl $M_\infty = 0.73$ und den Auftriebsbeiwert $c_a = 0.53$ ausgelegtes Profil (VFW Va-2) gewählt, um ein stoß-freies Profil für die erhöhte Machzahl $M_\infty = 0.75$ und bei $c_a = 0.6$, für eine realistische Flug-Reynoldszahl von $Re = 40$ Mill., zu ergeben. Zunächst wurde das Ausgangsprofil bei den neuen Betriebsbedingungen nachgerechnet: im Bild 17 sind die Isotachen des Strömungsfeldes eingetragen, man erkennt den Verdichtungsstoß im Feld, er manifestiert sich in einem steilen Druckanstieg und einer Aufdickung der Grenzschicht. In den Diagrammen dieses Bildes wurde das Resultat der stoß-freien Druckverteilung und der Grenzschicht-Verdrängungsverlauf zum Vergleich vorweggenommen, die Stufen des Entwurfsprozesses sind in Bild 18 illustriert:

Es wird zunächst eine "Beule" an der Oberseite des Ausgangsprofils aufgeschlagen, sie erstreckt sich hier von der Nase bis zu 85% der Profiltiefe. Für das aufgedickte Profil wurde dann die Umströmung mit im überkritischen Bereich fiktiven Gas ($p = 0.9$) berechnet, die Isotachen des Strömungsfeldes sind im Bild oben dargestellt. Der Stoß ist verschwunden, die hervorgehobene Schalllinie ist stetig gekrümmt, was für die Gleichmäßigkeit der nachfolgend mittels Charakteristikenverfahren berechneten Überschallströmung von Bedeutung ist. Das resultierende Netz der Machlinien hat seine Spitzen an der Schalllinie. Die Abflachung nimmt nun wieder einen Teil der anfänglichen Aufdickung weg, diese wurde so gewählt, daß das neue Profil an keiner Stelle dünner als das Ausgangsprofil wurde. Die Form hat somit zwei für transsonische Profile typische Buckel. Während jener im Nasenbereich

wegen der zur Nase hin stark zunehmenden Krümmung meist zu keinem ausgeprägten Krümmungsmaximum führt, entsteht ein solches jedenfalls im flachen Verlauf des hinteren Schalldurchgangs. Die Realisierung stoß-freier Strömung im Experiment wird wesentlich von einer möglichst genauen Erfüllung dieses delikaten Krümmungsverlaufs der Kontur abhängen. Die resultierenden Formänderungen sind von der Größenordnung der Grenzschichtverdrängungsdicke, diese wurde im Diagramm der Formänderungen zum Vergleich eingetragen.

An Stelle der Aufdickung kann vor der Entwurfsrechnung jede andere lokale Modifikation vorgenommen werden, so daß der stoß-freie Entwurf mit beliebigen weiteren aerodynamischen Verbesserungen gekoppelt werden kann. So kann auch ein Profil, welches bereits wünschenswerte aerodynamische Eigenschaften besitzt, durch nur geringfügige Modifikation im Bereich des Überschallgebietes stoß-frei gemacht werden. Dies gilt noch für relativ hohe Anström-Machzahlen und Auftriebsbeiwerte, bevor die Grenzen physikalisch möglicher stoß-freier Strömung erreicht werden.

Das Konzept des fiktiven Gases erlaubt nicht nur den Ersatz zweidimensionaler Hodographenverfahren durch direkte Methoden für Profile, sondern auch die Konstruktion räumlicher Flügelströmungen. Allerdings besteht die Schwierigkeit bei dreidimensionalen Strömungen, wie bereits erwähnt, daß die Fortschrittsrichtung bei der Integration in der lokalen Schmiegeebene liegen muß. Unter der Voraussetzung, daß die Flügelstreckung nicht zu klein und die Pfeilung nur mäßig ist, haben sich Stationen konstanter Spannweite als brauchbare Näherung zur Schmiegeebene erwiesen. Bei der Auswahl geeigneter Nachrechenverfahren für Flügelströmungen im Transsonikbereich bietet sich die von A. Jameson und D. Caughey geschaffene Serie von "FLO"-Programmen an, welche auf Jamesons Differenzalgorithmien aufbaut. Das Profilverfahren FLO6 ist Grundlage für das vorstehend angegebene Verfahren für zweidimensionale Strömungen, dabei wurden finite Differenzen zur Lösung der konservativen oder der quasilinearen Potentialgleichung verwendet. Letztere wird für räumliche Flügelströmung durch das Programm FLO22 gelöst, es ist ein sehr robustes, schnelles Verfahren, allerdings auf Kosten der Genauigkeit beim

Auftreten von Verdichtungsstößen. Für den Entwurf von stoß-freien Strömungen ist es daher eine sehr wirtschaftliche Methode. Es wurde mit H.-W. Stocks dreidimensionalem Grenzschichtverfahren gekoppelt, erfaßt daher iterativ die auftriebs-mindernden Verdrängungseffekte der räumlichen Reibungsschicht. Erweiterung auf fiktives Gas mit nachfolgender Integration des lokalen Überschallgebietes vervollständigt das Programm zum Entwurf stoß-freier Flügel.

Ein Resultat ist in Bild 19 dargestellt: auf dem Flügel sind Isobaren an der Saugseite vor und nach der Entwurfsmodifikation dargestellt. Der Verdichtungsstoß wurde zum Verschwinden gebracht, an zwei Stationen in Spannweitenrichtung wurde der Druckbeiwert verglichen. Die Flügelschnitte zeigen in vergrößertem Maßstab das Ausmaß der Konturmodifikation.

Ein anderes Potentialverfahren (FLO27) löst die konservative Potentialgleichung. Es wurde von N.J. Yu [37] in gleicher Weise zu einem Entwurfsverfahren erweitert, welches beim Flugzeughersteller Boeing offenbar [43] bereits bei Projektstudien für die Transportflugzeuge der neuen Generation angewendet wurde. Die nächste Stufe wäre die Einbeziehung des Rumpfes in den Flügelentwurf. Die im superkritischen Geschwindigkeitsbereich liegende Rumpf-Seitenwand müßte, ebenso wie die Flügeloberseite, systematisch neu konturiert werden. In der Praxis versucht man gegenwärtig, durch Übergangsformen zwischen Rumpf und Flügel (Fairing, Fillets) die Interferenz an der hohlkantigen Flügelwurzel günstig zu beeinflussen.

4.4 Anwendungen auf transsonische Gitterströmungen

Die Wirtschaftlichkeit strahlgetriebener Transportflugzeuge ist nicht nur von der Aerodynamik der äußeren Umströmung abhängig, einen wesentlichen Anteil stellt die Leistungsfähigkeit des Triebwerks, dessen Wirtschaftlichkeit durch das Verhältnis von Schub zu Gewicht gekennzeichnet ist. Auch bei der Durchströmung

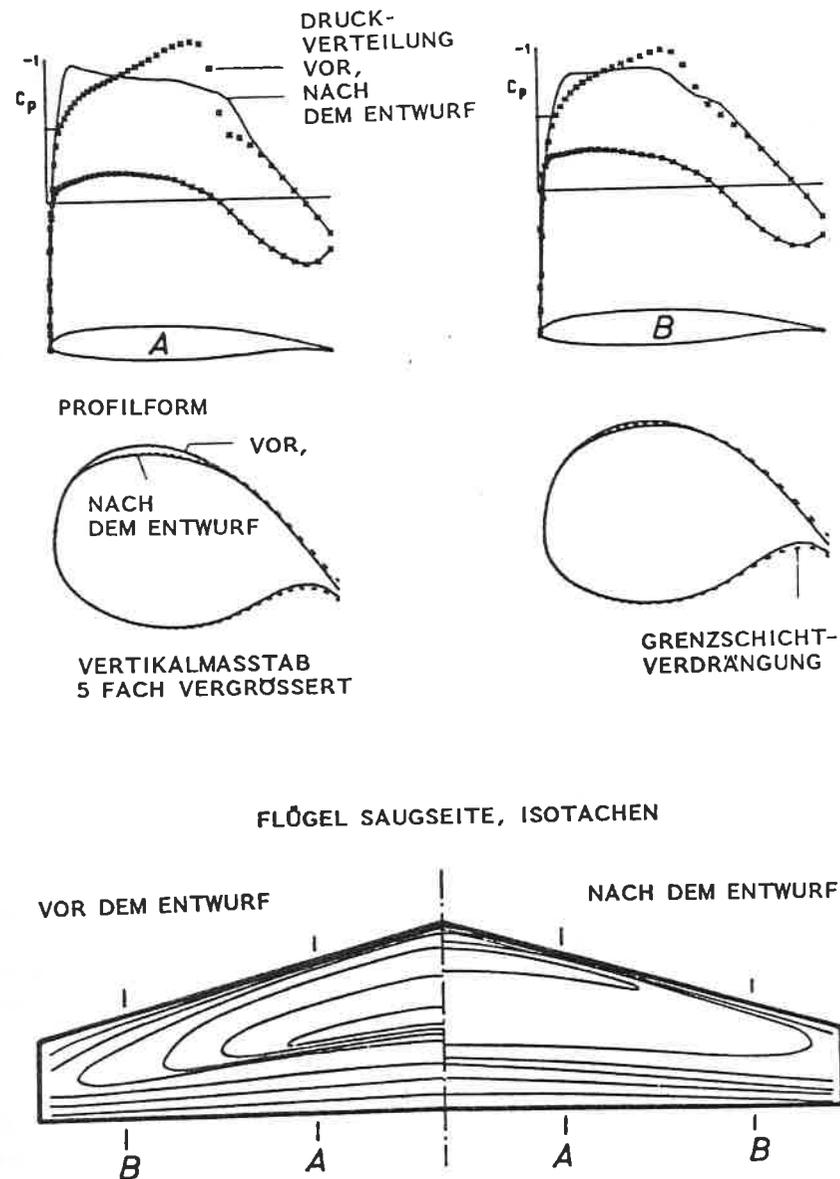


Bild 19 Entwicklung eines stoß-freien superkritischen Flügels aus einem Flügel mit Unterschallprofilierung. $M_\infty = 0.77$, $c_A = 0.6$, $Re = 6 \text{ Mill.}$

von Rotoren und Statoren ist die Verringerung von Stoßverlusten ein Entwurfsziel, und die Methoden zur Auslegung von Flugzeugkomponenten finden Anwendung beim Entwurf von Kanalberandungen und der Beschau felung der einzelnen Kompressoren- und Turbinenstufen. Allerdings können Konzepte, welche für die Auslegung bei ungestörter, freier Anströmung eines Flugzeugs entwickelt wurden, nur unter stark vereinfachenden Annahmen auf die Strömung in der Turbomaschine übertragen werden. Instationäre und viskose Effekte haben hier sehr starken Einfluß auf die Qualität der Strömung. Dennoch haben Verfahren auf der Grundlage kompressibler Potentialströmungen als Entwurfswerkzeug zu einigen Neuentwicklungen

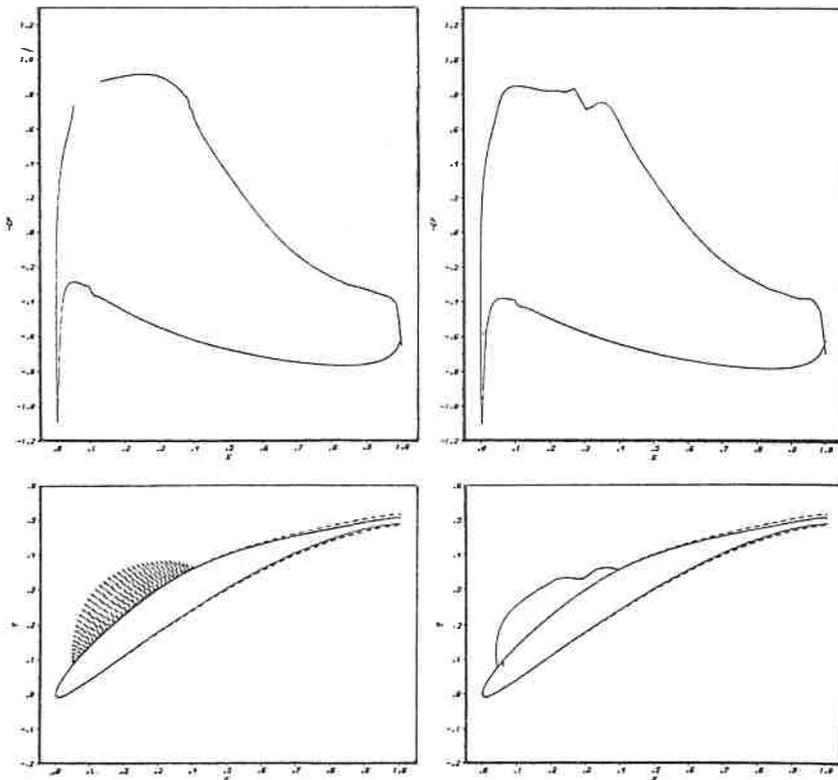


Bild 20 Entwurf eines superkritischen Kompressoren-gitters (links). Nachrechnung im Auslegungszustand (rechts).
 $M_1 = 0.73$, $\Delta\alpha = 26^\circ$, $Re = 1.2 \text{ Mill.}$

transsonischer Kompressoren und Turbinen beigetragen, welche sich durch beachtliche Leistungssteigerung auszeichnen.

Im Rahmen der notwendigen Vereinfachungen können für die zwei-dimensionale Schaufeldurchströmung, die Gitterströmung, die Grundlagen der stoß-freien Profil-Auslegung angewandt werden. Die oben beschriebenen Verfahren von Garabedian [23,24] sind auch zum Entwurf von stoß-freien Kompressorengittern geeignet. Ein weiteres inverses Verfahren wurde von E. Schmidt [44] angegeben. Die hier ausführlicher beschriebene direkte Methode unter Verwendung des fiktiven Gases und des Charakteristikenverfahrens wurde auf ein numerisches Nachrechenverfahren für Kompressorengitter von Dulikravich angewendet [45]. Niederdrenk [46] kombiniert dieses Verfahren mit einem Grenzschichtverfahren und der Methode von Bohning und Zierep [47] zur Erfassung von Stoß-Grenzschicht-Interferenz. In Bild 20 sind die Resultate der Entwurfsrechnung mit jenen der nachfolgenden Nachrechnung im Auslegungszustand verglichen. Die stoß-freie Rekompensation wird gut bestätigt, das angegebene Beispiel besitzt einen Krümmungsverlauf, welcher auf der Saugseite bei etwa 85% der Schaufeltiefe ein Minimum aufweist, zur Hinterkante hin nimmt die Krümmung wieder zu. Damit wird ein Teil der Profilbelastung, welche zur geforderten Strömungsumlenkung nötig ist, vom Unterschallbereich nahe der Hinterkante übernommen. Dadurch erhält man für den Überschallbereich relativ niedrige lokale Machzahlen und einen anschließenden Druckanstieg, welcher zu möglichst geringer Grenzschichtaufdickung führt. Hier wird deutlich, daß Stoßfreiheit sich besonders vorteilhaft als Zusatz zu verfeinerter Unterschall-Aerodynamik auswirkt.

P.P. Beauchamp [48] hat die Methode des fiktiven Gases auf die Auslegung rotierender Strömungen erweitert. Damit wurden bei der NASA Schaufelgitter entworfen und auch experimentell getestet. Es wurden hervorragende Leistungsverbesserungen erreicht: die Gesamtdruckverluste konnten im Auslegungszustand gegenüber der Ausgangskonfiguration von 7% auf 3.5% gesenkt werden. Die mit einer Kombination von Potentialströmung und Grenzschichtverfahren gewonnenen Resultate wurden auch mit einem neuen bei NASA-Lewis entwickelten Berechnungsverfahren für die Navier-Stokesschen

Gleichungen nachgerechnet: die Übereinstimmung der Druckverteilung von stoß-freier Entwurfsrechnung, Navier-Stokes-Nachrechnung und Experiment ist beeindruckend.

Dieser kurze Einblick in neuere Arbeiten zur Aerodynamik von Kompressorengittern soll hier nur andeuten, daß die Entwurfsziele dort ein Gegenstück zur Problematik der Auslegung von superkritischen Flügelprofilen darstellen. Während es sich bei Flügeln bekanntlich um Strukturen beachtlicher Abmessung handelt, ist die Beschau felung einzelner Triebwerksstufen oft nur wenige Zentimeter lang. Vergleicht man die bei den dargestellten Entwurfsmethoden auftretenden Formmodifikationen, dann mag man bezweifeln, daß jene bei den kleinen Abmessungen von Beschau felungen von praktischer Bedeutung sind. Die erhöhten Anforderungen an die Wirtschaftlichkeit haben Experimente mit Entwurfsbeispielen jedoch zunächst gefördert und, nach Erkenntnis der tatsächlich damit erreichbaren Einsparungen, zu einer durch den Konkurrenzdruck der verschiedenen Hersteller beschleunigten Anwendung bei Triebwerken der neuen Generation geführt. Sowohl das Triebwerk als auch der Flügel stellen somit den Hauptanteil der aerodynamisch erreichbaren Verbesserungen des Gesamtwirkungsgrades eines Flugzeugs.

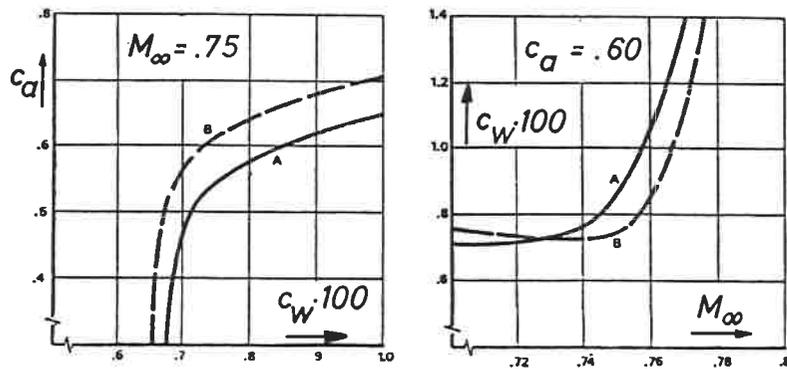


Bild 21 Profilpolaren und Widerstandsanstieg des Profils (Bild 17, 18) vor, (A), und nach, (B), der stoß-freien Entwurfsrechnung.

5. BEWERTUNG VON ENTWURFSBEISPIELEN

5.1 Aerodynamischer Wirkungsgrad superkritischer Profile und Flügel

Der aerodynamische Wirkungsgrad ist bekanntlich das Produkt aus der Gleitzahl C_A/C_W mit der Flug-Machzahl M_∞ . Superkritische Profilentwürfe weisen im Bereich der Auslegung höhere Gleitzahlen auf als konventionelle Profile. Dies gilt auch für stoß-freie Modifikationen gegebener, bereits relativ fortschrittlicher Profile oder Flügel. Ein Vergleich der Profilpolaren zu dem oben ausführlicher dargestellten Entwurfsbeispiel für die Machzahl $M_\infty = 0.75$ und den Auftrieb $C_A = 0.6$ zeigt Bild 21, links: die Gleitzahl ist hier nicht nur für den Auslegungszustand, sondern auch bei anderem Auftrieb bei festgehaltener Machzahl höher. Ebenso ist der Widerstandsanstieg bei gleichem Auftriebsbeiwert um etwa 0.01 zu höherer Machzahl hin verschoben. Dieser Verschiebung entspricht daher eine Verbesserung des Wirkungsgrades. Bei stoß-freier Strömung besteht der aerodynamische Widerstand nur aus dem Reibungs- und dem induzierten Anteil, ebenso wie bei subkritischen Bedingungen. Daher ist der aerodynamische Wirkungsgrad im Bereich praktisch stoß-freier Strömung durch die lineare Abhängigkeit vom Auftriebsbeiwert und der Flug-Machzahl bestimmt. Stoß-freie Betriebsbedingungen sind somit nicht jene des maximalen Wirkungsgrades; wie früher erläutert, ist dieser vom Anwachsen des Widerstandes bei auftretenden Stoß-Wellen bestimmt. Ein weiteres Beispiel des praktischen Profilentwurfs ist in Bild 22 dargestellt. Dieses Profil und der Flügel des folgenden Bildes wurden von Redeker und Schmidt [49] entworfen. Der stoß-freie Auslegungszustand für dieses Profil ist durch $M_\infty = 0.73$ und $C_A = 0.6$ festgelegt. Wie das Bild zeigt, wurde dieser sowohl durch Nachrechnung als auch im Experiment gut bestätigt. Die Muschelkurven konstanten Wirkungsgrades sind über Machzahl und Auftriebsbeiwert aufgetragen. Optimaler Wirkungsgrad herrscht bei etwa $C_A = 0.7$, dort ist bereits eine schwache Stoßwelle in der Druckverteilung am Profil sichtbar. Dieses Beispiel illustriert, daß stoß-freie Entwürfe geeignet sind, optimale Bedingungen gezielt bei etwas erhöhter Machzahl und/oder erhöhtem Auftriebsbeiwert zu erreichen.

Beim praktischen Entwurf gepfeilter Tragflügel werden die Methoden des Profilentwurfs zur Definition der Flügelsektionen benutzt. Obwohl Stoßfreiheit am Flügel dadurch im allgemeinen nicht erreicht wird, erhält man dennoch gute Wirkungsgrade für den Flügel, wenn optimierte aerodynamische Profile zur Beschreibung der Flügelschnitte ausgewählt werden. Hier wird das oben gezeigte Profil für den Entwurf eines superkritischen Flügels für ein Transportflugzeug der Airbus-Klasse verwendet, dessen experimen-

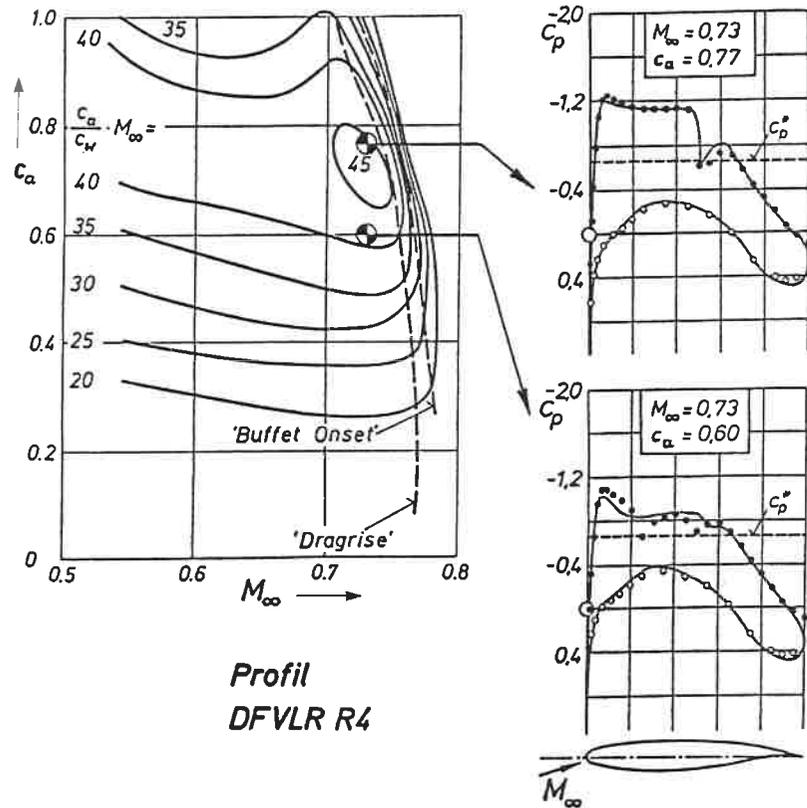


Bild 22 Aerodynamischer Wirkungsgrad eines superkritischen Profils. Druckverteilungen im Bereich der Auslegungsbedingungen. DFVLR-R4 Profil, $Re = 6 \text{ Mill.}$

tel ermittelter Wirkungsgrad in Bild 23 dargestellt ist. Durch superkritische Profilierung kann die Pfeilung gegenüber konventionellen Flügeln reduziert werden, die Flügel sind dicker und ermöglichen höhere Spannweite. Hier wird die starke Verknüpfung aerodynamischer Leistungsverbesserungen mit den Erfordernissen der Festigkeit, des Strukturentwurfs, deutlich. Eine Übersicht über die Bedeutung des superkritischen Flügels im Gesamtentwurf von Transportflugzeugen gibt Lynch [50].

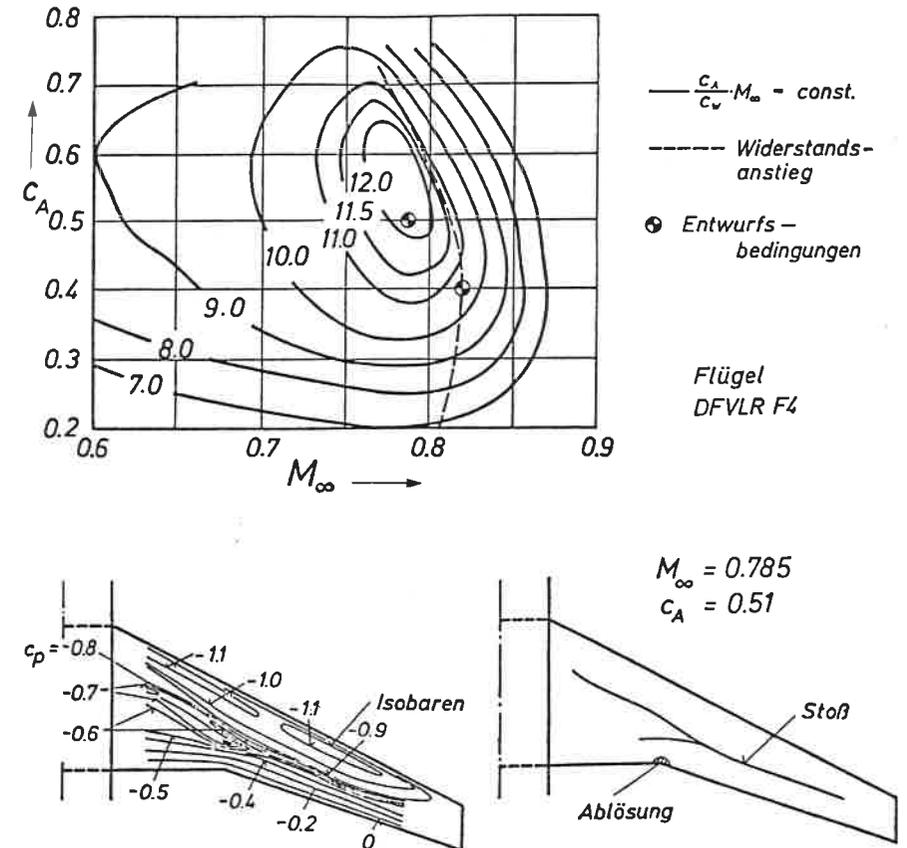


Bild 23 Aerodynamischer Wirkungsgrad eines superkritischen Flügels. Isobaren und Stoß bei Auslegungsbedingungen. DFVLR-F4 Flügel, $Re = 1.9 \text{ Mill.}$

5.2 Nachrechnung und experimentelle Überprüfung von superkritischen Konfigurationen

Verlässliche numerische Methoden zur Berechnung der Strömung um vorgegebene Profile und Flügel werden benötigt, um die Qualität der Entwurfsbeispiele vor allem im "Off-Design"-Bereich zu untersuchen. Die ursprünglichen Nachrechenversionen von Jamesons numerischen Methoden, welche den Entwurfsverfahren mit fiktivem Gas zugrunde liegen, sind - mit Grenzschichtverfahren gekoppelt - dazu teilweise gut geeignet. Bei den Profilpolaren (Bild 21) wurden iterativ Reibungs- und Interferenzeinflüsse berücksichtigt. Zur Nachrechnung einer Umströmung von Flügel und Rumpf steht das Programm FLO30 zur Verfügung, ein Finite-Volumenverfahren, welches in seiner vektorisierten Fassung am Rechner CRAY 1S nur 2 Minuten CPU-Zeit benötigt.

Der in verschiedenen Windkanälen getestete Flügelentwurf (Bild 23) ist auch ein Testbeispiel für die verfügbaren Nachrechenverfahren, vor allem die Erfassung der auftretenden Verdichtungsstöße [51]. Im Bild 24 wurde eine reibungsfreie Nachrechnung mit FLO 30 durchgeführt, wobei die Reibungseffekte durch mit Grenzschichtverfahren abgeschätzte Verdrängungsdicken, besonders im Bereich der Flügelhinterkante, simuliert wurden. Daraus ist zu sehen, daß der Verdichtungsstoß recht gut wiedergegeben wird. Dies wird jedenfalls nicht erreicht mit einer Reihe zum Teil älterer Nachrechenverfahren, deren Ergebnisse in [51] den Experimenten gegenübergestellt werden und welche bei dem fixierten Anstellwinkel des Experiments - aber ohne Berücksichtigung der Reibungseinflüsse - angewendet wurden. Dabei spielt beim gewählten Anströmzustand offensichtlich die Tatsache, ob der Verdichtungsstoß im Rahmen der Potentialtheorie isentrop genähert wurde, oder durch Lösung der Eulergleichungen den exakten Rankine-Hugoniot-Beziehungen folgt, eine den Reibungseinflüssen unterzuordnende Rolle.

Während bei der Nachrechnung im Off-Design-Bereich die Erfassung von Verdichtungsstößen ihrer Stärke und Lage nach das Hauptproblem darstellt, gibt auch eine Bestätigung des stoß-freien Zustandes im Auslegungspunkt zusätzliche Sicherheit und ist daher

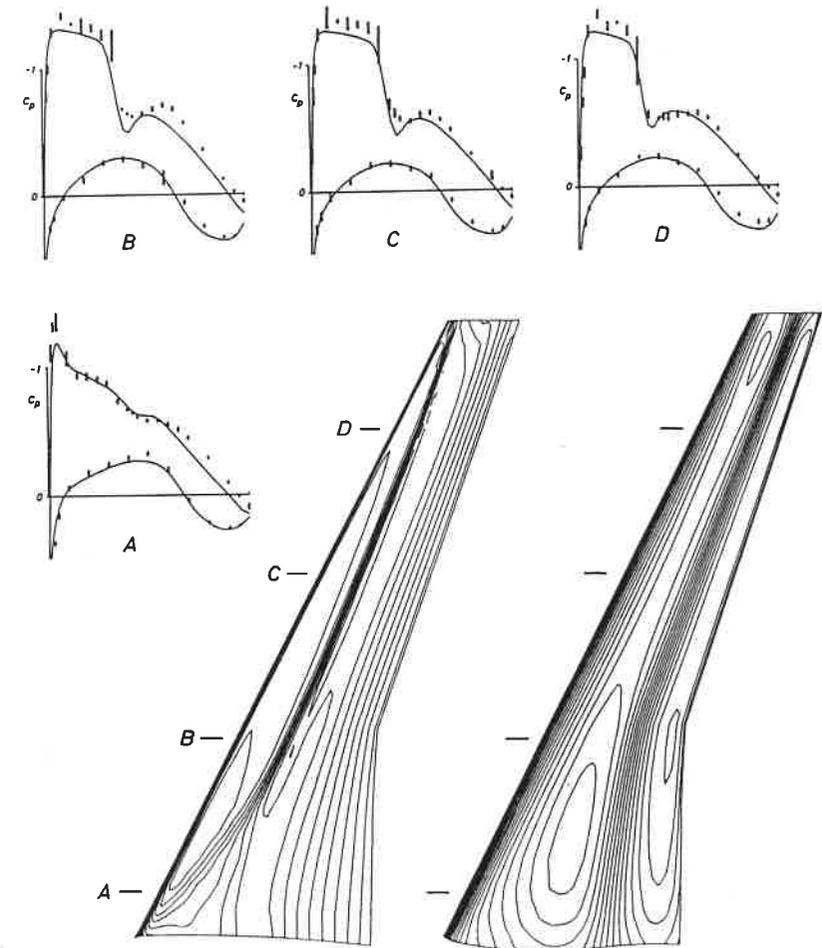


Bild 24 Vergleich von Ergebnissen einer Nachrechnung mit der Bandbreite experimenteller Resultate aus drei Windkanälen. Druckverteilung an 4 Flügelschnitten, Isobaren an der Oberseite mit Stoß (links) und an der Unterseite des Flügels (rechts). DFVLR-F4 Flügel, $M_\infty = 0.75$, $C_A \sim 0.6$.

erwünscht. Bei der Entwurfsrechnung des elliptischen Feldes mit fiktivem Gas werden zentrale Differenzen verwendet, damit wird eine Genauigkeit zweiter Ordnung erreicht. Die nachfolgende Integration der Überschallfeldes mit dem Charakteristikenverfahren erfolgt mit derselben Genauigkeit, das entworfene Strömungsfeld ist somit ziemlich präzise bestimmt. In dreidimensionaler Strömung ist die für das Überschallfeld angewandte "Leap-frog-marching"-Prozedur ebenfalls lokal in zweiter Ordnung genau, allerdings ist die globale Genauigkeit des integrierten Feldes nicht bestimmt, wenn durch die Vereinfachungen vorgegebener Marschrichtung ein mathematisch unsachgemäß gestelltes Problem gelöst wird. Kleine Änderungen in der Oberflächenkrümmung haben starke Auswirkungen auf die Druckverteilung. Dies gilt besonders für die auf Überschallgeschwindigkeit beschleunigte Strömung nahe der Profilnase oder Flügelvorderkante. Bild 25 zeigt typische Rechenetze, welche bei Entwurf und Nachrechnung eines Profils verwendet werden. Man sieht, daß durch das Charakteristikenverfahren die Oberfläche innerhalb des Überschallgebietes nahe dem beschleunigten Schalldurchgang in sehr dicht liegenden Punkten de-

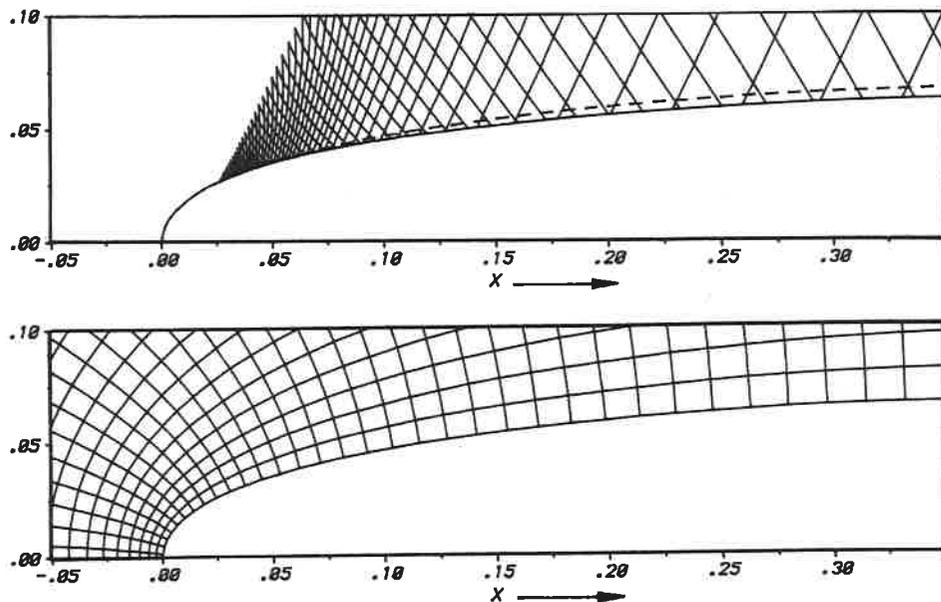


Bild 25 Vergleich der Rechenetze für Entwurf (Charakteristiken, oben) und Nachrechnung (unten).

finiert ist; wenn die Nachrechnung der Strömung Ausdehnung und Qualität dieses Überschallgebietes erfassen und bestätigen soll, dann muß das der Kontur angepaßte Rechenetz in diesem Bereich vergleichbare Dichte besitzen, um den lokalen Krümmungsverlauf zu erfassen. Außerdem sind Nachrechenverfahren im allgemeinen im Bereich der Überschallströmung nur von erster Ordnung genau. Man kann die Nachrechnung stoß-freier Entwurfsbeispiele daher in der Regel nicht als "Verifikation" bezeichnen. Schließlich ergibt die Modellierung von Grenzschicht und Nachlauf ein weiteres Problem, wenn die Resultate von Entwurf und Nachrechnung miteinander verglichen werden sollen: die Berechnung der reibungsbehafteten Strömung und ihrer Wechselwirkung mit der Außenströmung muß bei den verwendeten Verfahren gleichwertig sein.

Ernstere Probleme bestehen bei der experimentellen Überprüfung superkritischer Konfigurationen im allgemeinen und der Realisierung stoß-freier Strömung im besonderen. Zwei praktische Erfordernisse sind der Grund für diese Schwierigkeiten. Sie sind allgemein bekannt, weil sie zum großen Teil die Hauptprobleme transsonischer Windkanaltechnologie bilden. Die erste Schwierigkeit ist eine den Verhältnissen am Flügel gerecht werdende Darstellung der Reibungseffekte. Sie erfordert gleiche, (hohe) Reynoldszahlen für das Modell und die projektierte Ausführung. Diese werden entweder durch ein großes Modell, durch hohen Druck im Windkanal, durch tiefe Temperatur oder durch eine Kombination dieser Erfordernisse erreicht. Die in den USA bereits fertiggestellte Anlage NTF₁ und der geplante Europäische Transsonische Windkanal (ETW) sollen den Forderungen nach hoher Reynoldszahl bei den Modellversuchen gerecht werden. Eine weitere Schwierigkeit besteht darin, daß die Berandung des Windkanals eine Simulation des Fernfeldes bei der Umströmung der Konfiguration im Freiflug erlauben muß. Dies erfordert entweder große Kanalquerschnitte im Vergleich mit der Modellgröße und strömungsdurchlässige Kanalwände, oder aber die Kanalwände gleichen sich adaptiv der Strömung an, um eine Stromfläche des Fernfeldes geeignet zu simulieren. Diese Technologie adaptiver Windkanäle verzeichnet bereits wesentliche Erfolge, womit auch für die Anwendungen auf verlässliche Experimente mit superkritischen Konfigurationen wesentliche Fortschritte zu erwarten sind.

6. KONZEPTE UND VERFAHREN FÜR FLUGZEUGE NEUER TECHNOLOGIE

Die Technologie des Flugzeugbaus hat sich stets als äußerst befruchtend für die Entwicklung anderer Bereiche der Technik erwiesen: beim Flugzeug wurden stets neue Ideen, Bauweisen, Materialien und Vorrichtungen zuerst angewandt, bevor sie Eingang fanden in viele Gebiete traditionellerer Technologien. Die beachtliche Verfeinerung der Aerodynamik hat pionierhaft die Entwicklung einer Reihe neuer Methoden vorangetrieben, ein Vorgang, welcher durch das bereits Erreichte sich beschleunigt fortsetzt. Die Verteuerung von Flugtreibstoffen trägt dazu besonders bei, die Anwendungen superkritischer Technologie sind für den Flugzeugbau heute ein wesentlicher Baustein. Mit Hilfe immer schnellerer Rechenanlagen können aerodynamische Berechnungsverfahren für die Optimierung der Strukturen verwendet werden, wobei Auslegungsziele und technische Beschränkungen beachtet werden. Wirtschaftlichkeitsüberlegungen erfordern aber auch Untersuchungen über einen möglichen Wegfall bisher praktisch unüberwindbarer Beschränkungen. Dazu gehören die Beeinflussung des Reibungswiderstandes durch Laminarhaltung der Strömung ebenso wie die technische Realisierung variabler Flügelformen zur optimalen aerodynamischen Anpassung an den Flugzustand. Diese Konzepte seien hier in Verbindung gebracht mit den vorstehend erläuterten Entwurfsmethoden für superkritische Konfigurationen.

6.1 Adaptive Flügelsektionen

Bei militärischen Anwendungen wird für Fluggerät, welches sowohl im Unterschall, als auch im Überschall optimal einsatzfähig sein soll, die Pfeilung der Flügel durch Schwenken um vertikale Achsen an der Flügelwurzel verändert. Diese konstruktiv äußerst komplizierte Einrichtung variabler Flügelgeometrie hat bisher keine in die Realität umgesetzten zivilen Anwendungen gefunden. Zum Bereich variabler Geometrie kann man aber auch schwache Oberflächenmodifikationen an der Saugseite des Flügels zählen, welche durch elastische oder pneumatische Bauteile, effektiv aber auch

durch gezieltes Absaugen und Ausblasen realisiert werden können. Damit können die aerodynamischen Eigenschaften im superkritischen Bereich gezielt beeinflusst werden, etwa so, daß die effektive Kontur für leicht unterschiedliche Flug-Machzahlen bei konstantem Auftrieb stets zu optimalem aerodynamischen Wirkungsgrad und somit zum wirtschaftlichsten Flugbetrieb führt. Diese Form von aktiver Regelung (active control) ist schematisch in Bild 26 dargestellt: Ein Sensor mißt den Druck an ausgewählten Stellen der Flügeloberfläche, womit ein Mikrocomputer einen Servomotor zur effektiven Konturdeformation steuert. Mit Hilfe der vorstehend beschriebenen Entwurfs- und Nachrechenverfahren kann der Mikrocomputer vorprogrammiert werden, da die Druckverteilung an den gewählten Oberflächenpunkten bei gegebenen Anströmbedingungen in beherrschbarer Abhängigkeit von einer gesteuerten Formvariation steht. Diese von Sobieczky und Seebass [52] angegebene Idee war naheliegend, wenn man die geringfügigen Formunterschiede bei für benachbarte Anströmzustände ausgelegten stoß-freien Profilen betrachtet. Erste experimentelle Resultate für eine Profilreihe, welche auch durch variable Bauteile an einem einzigen Modell dargestellt werden kann, werden von Redeker et al. [53] beschrieben.

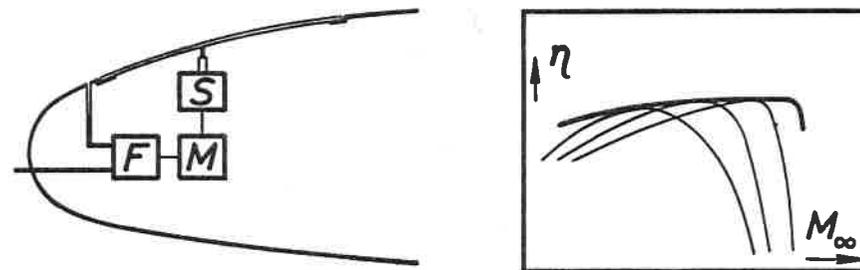


Bild 26 Schematische Darstellung der Realisierung adaptiver Profile: Analyse der Strömung (F), Mikrocomputer (M), Servomotor (S) zur mechanischen Konturmodifikation. Wirkungsgrad-Einhüllende für adaptive Profilierung bei verschiedenen Anströmmachzahlen und konstantem Auftrieb.

6.2 Transsonische Laminarflügel

Ein ganz wesentlicher Teil des Flügelwiderstandes ist auf die Reibung zurückzuführen. Dabei ist der Widerstand eines Körpers in turbulenter Umströmung erheblich größer als bei Erhaltung einer laminaren Grenzschicht. Letztere kann allerdings auf Flügeln realistischer Abmessungen und bei den interessierenden Geschwindigkeiten, somit bei hohen Reynoldszahlen nur bei spiegelglatter Flügeloberfläche erhalten werden. Eine gewisse Stabilisierung der laminaren Grenzschicht wird unter dieser Voraussetzung an Flügeln mit fallendem Druckverlauf, somit in lokal beschleunigter Strömung, erhalten. Für Unterschallströmungen hat diese Forderung zur Entwicklung der Laminarprofile geführt, welche etwa mit der Reihe NACA-6 vorliegen.

Weiter kann zur Aufrechterhaltung laminarer Strömung die Grenzschicht abgesaugt werden. Diese wegen des hohen Aufwandes längere Zeit nicht weiter verfolgte Möglichkeit wird aus den bekannten Gründen erhöhter Energiekosten wieder mit neuem Interesse verfolgt, jetzt allerdings in Verbindung mit superkritischer Profilierung. Diese von Pfenninger [54] vorgeschlagene Kombination hat bereits einige Experimentalprofile hervorgebracht, welche sich durch einen kleineren Nasenradius und über einen großen Teil der Profiltiefe fallenden Druck auszeichnen, siehe Bild 27. Anschließende stoß-freie oder durch einen nur sehr schwachen Stoß gekennzeichnete Rekompensation auf der Saugseite macht hier lokales Absaugen erforderlich, da der Druckgradient zur Hinterkante hin dann sehr steil positiv ist. Ebenso wird auf der Unterseite durch nach hinten geschobene Dickenverteilung das Druckminimum verlagert, unmittelbar dahinter muß abgesaugt werden, wenn im konkaven Bereich der Unterseite die Grenzschicht so weit wie möglich stabil erhalten werden soll. Optimaler Wirkungsgrad fällt bei dieser Art von Profilen wegen der abgestimmten Absaugung nahezu mit dem Auslegungspunkt zusammen. Der gewaltigen Reduktion des Widerstands um bis zu 60% steht allerdings der sehr enge Auslegungsbereich gegenüber.

Die Anwendung dieser Technologie erhält bei Flügeln mäßiger Pfeilung praktische Bedeutung; hier treten verschiedene Arten von In-

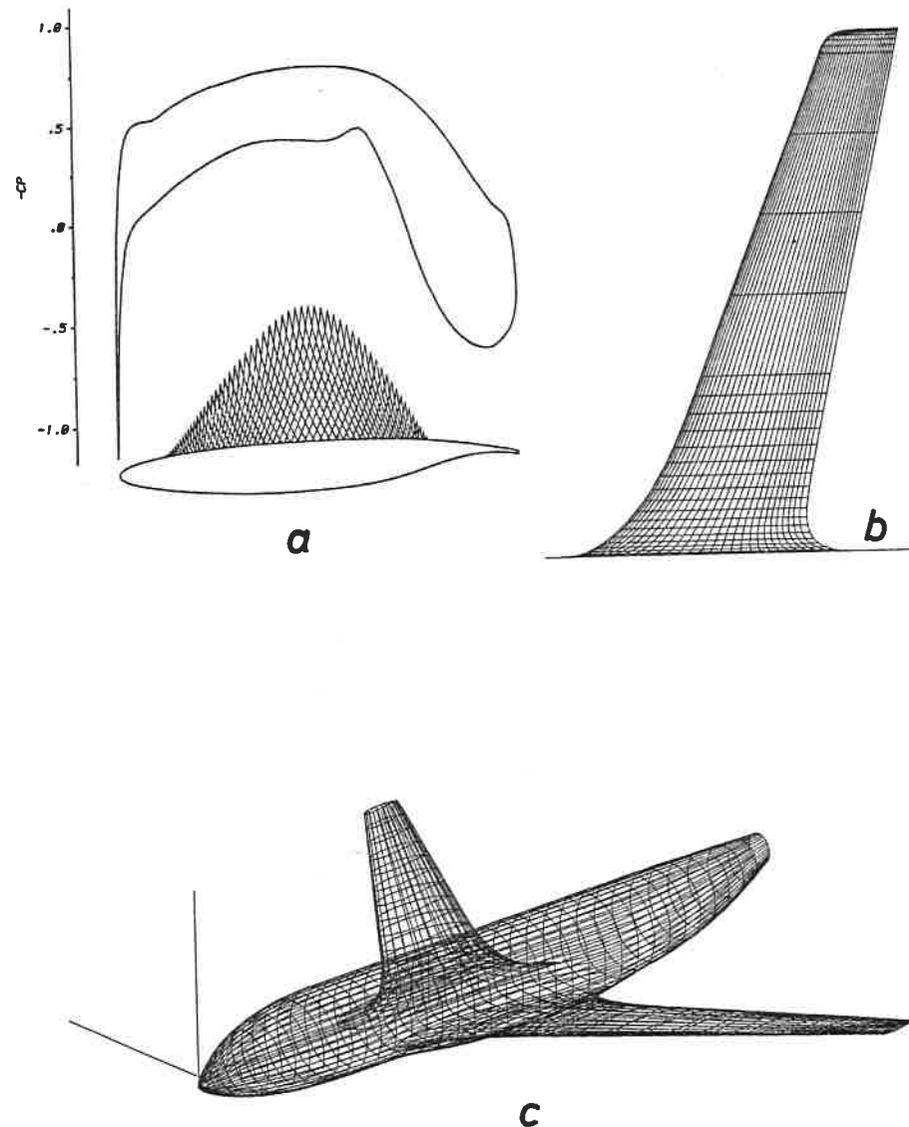


Bild 27 Test-Beispiele für Komponenten neuer Technologie: Superkritisches Laminarprofil (a). Analytisch definierter Testflügel für die Entwicklung neuer Berechnungsverfahren und die Windkanal-Halbmodelltechnik (b). Flügel-Rumpf-Kombination mit vollintegriertem Wurzelbereich (c).

Stabilitäten der räumlichen Grenzschicht auf, welche durch den Typ der Druckverteilung effektiv beeinflusst werden können.

6.3 Testbeispiele für Theorie und Experiment

Saubere Experimente mit derartigen Flügelströmungen werden benötigt, um neue Berechnungsmethoden für die Reibungseinflüsse entwickeln zu können. Die Beherrschung der reibungsfreien Außenströmung mit Stößen kontrollierter Stärke sind dabei - nicht zuletzt durch die hier beschriebenen Methoden - sicherlich der einfachste Teil, obwohl gerade für die Gestaltung des Flügelwurzelbereichs in stoß-freier Strömung noch viel getan werden kann [55].

Im Bild 27 ist neben dem transsonischen Laminarprofil ein analytisch definierter Pfeilflügel mit ausgeprägtem Übergang an der Flügelwurzel für experimentelle und numerische Untersuchungen dargestellt. Davon sollte sowohl die Halbmodelltechnik bei kleinen Windkanälen Vorteile ziehen als auch ein Testfall für die Entwicklung von verbesserten numerischen Verfahren für Potentialströmungen, Eulergleichungen und Navier-Stokes-Gleichungen geschaffen werden. Ganz wesentlich ist bei den Experimenten, daß auf die üblichen Kanalkorrekturen verzichtet wird, die schwer zu quantifizierende Durchlässigkeit der Kanalwände geschlossen wird und die Kanalwand-Drücke im gesamten Bereich hinreichend dicht gemessen werden. Auf die Einbeziehung eines Rumpfs wird zunächst verzichtet, lediglich eine Platte mit Wand-Grenzschichtabsaugung davor soll ein Modell des Wurzelbereichs schaffen.

Gleichzeitig wird im Hinblick auf die praktischen Anwendungen die Beherrschung komplizierter räumlicher Geometrien vorangetrieben. Flügel-Rumpf-Konfigurationen stellen dabei nur einen Teil des vollständigen Flugzeugs dar, allerdings einen für die Auslegung sehr wesentlichen Teil. Im Bilde 27 ist schließlich eine mittels des von Sobieczky [56] entwickelten Geometriegenerators definierte Flügel-Rumpf-Kombination dargestellt, womit eine für die Berücksichtigung gegenwärtiger und mancher zukünftiger Erkenntnisse der Entwurfsaerodynamik geeignete flexible Formdefinition vorliegt.

7. ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wurde versucht, eine neue Methode zur Auslegung transsonischer Profile und Flügel zu erläutern. Neben einem Überblick über verschiedene inverse und direkte Methoden wurden die Grundlagen der "Methode Elliptischer Fortsetzung", oder auch "Methode des Fiktiven Gases", angegeben. Mit diesen Verfahren stehen der Entwurfsaerodynamik im Transsonikbereich effiziente Werkzeuge für die Auslegung von Komponenten für Flugzeuge und Turbomaschinen zur Verfügung. Analytische Modellströmungen und die physikalische Analogie "fiktiver" Gase fördern sowohl die Intuition des Entwurfsingenieurs als auch erlauben sie die Modifikation bewährter numerischer Algorithmen zur Anwendung für Entwurfsrechnungen.

Eine Reihe von Entwurfsbeispielen erläutern die Anwendungsmöglichkeiten. Für zweidimensionale Strömungen sind die Verfahren exakt, die für den praktischen Flügelentwurf wichtige Vorarbeit der Profilauslegung kann somit heute verlässlich und schnell weitestgehend ohne Windkanalversuche durchgeführt werden. Innerhalb der Beschränkungen der Genauigkeit numerischer Algorithmen können auch stoß-freie superkritische Flügel ausgelegt werden. Wie hier an Hand einfacher Überlegungen gezeigt wird, erfordert die Struktur räumlicher Überschallgebiete jedoch eine sorgfältige Einbeziehung aller Querschnittseinflüsse, besonders vom Rumpf und bei Auslegung des Flügelwurzelbereichs. Mit der Weiterentwicklung der Verfahren zur Nachrechnung auch komplexerer Konfigurationen wird auch der Anwendungsbereich des beschriebenen Entwurfskonzepts erweitert, dieses erlaubt die Gestaltung der Geometrie mit der Genauigkeit der vorhandenen Verfahren zur Nachrechnung der Strömung. Die systematische Auslegung voll integrierter Flügel-Rumpf-Kombinationen mit gutem aerodynamischen Wirkungsgrad scheint heute bereits möglich. Diese Fortschritte können in Verbindung mit anderen neuen Technologien, wie etwa der Laminarhaltung und aktiven Regelung der Strömung und unter Verwendung neuer Verbundwerkstoffe den Wirkungsgrad von Transportflugzeugen vor dem Ende dieses Jahrhunderts verdoppeln.

8. SCHRIFTTUM

- [1] Ringleb, F. Exakte Lösungen der Differentialgleichungen einer adiabatischen Gasströmung. Zeitschr. Angew. Math. Mech. 20 (1940), S. 185-198.
- [2] Pearcey, H.H. The aerodynamic design of section shapes for swept wings. Advances Aero. Sci. 3 (1962), S. 277-322.
- [3] Whitcomb, R.T. Clark, L. An airfoil shape for efficient flight at supercritical Mach numbers. NASA TM X-1109 (1965).
- [4] Oswatitsch, K. Grundlagen der Gasdynamik. Wien, New York: Springer, 1976.
- [5] Zierep, J. Theorie der schallnahen und der Hyperschallströmung. Karlsruhe: Braun, 1966.
- [6] Guderley, K.G. Theorie schallnaher Strömungen. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1957.
- [7] Nieuwland, G.Y. Spee, B.M. Transonic airfoils: Recent developments in theory, experiment and design. Ann. Rev. Fluid Mech. 5 (1973), S. 119-150.
- [8] Tijdemann, H. Seebass, A.R. Transonic flow past oscillating airfoils. Ann. Rev. Fluid Mech. 12 (1980), S. 181-222.
- [9] Caughey, D.A. The computation of transonic potential flows. Ann. Rev. Fluid Mech. 14 (1982), S. 261-283.
- [10] Lores, M.E. Hinson, B.L. Transonic design using computational aerodynamics. Progress in Astronautics and Aeronautics Vol.81, ed. D. Nixon, S. 377-402. New York: AIAA, 1982.
- [11] Oswatitsch, K. Spezialgebiete der Gasdynamik. Wien, New York: Springer, 1977.
- [12] Oswatitsch, K. Zierep, J. Das Problem des senkrechten Stoßes an einer gekrümmten Wand. ZAMM 40 (1960), S. 143-144.
- [13] Sobieczky, H. Die Struktur der Außenströmung bei transsonischer Stoß-Grenzschicht-Interferenz. DFVLR-AVA-Interner Bericht, 1976.
- [14] Stanewsky, E. Windkanalerprobung des überkritischen Profils AVA-1 (DFVLR 48080) im Rahmen des ZKP-Programms. (LFK 7511) Ergebnisbericht Nr.13 (1977).
- [15] Zierep, J. Der Kopfwellenabstand bei einem spitzen, schlanken Körper in schallnaher Überschallströmung. Acta Mechanica 5 (1968), S. 204-208.
- [16] Sobieczky, H. Die abgelöste transsonische Kopfwelle. Zeitschrift f. Flugwiss. 22 (1974) Heft 3.
- [17] Morawetz, C.S. On the non-existence of continuous transonic flows past airfoils, I, II, III. Comm. Pure Appl. Math. 9 (1956), S. 45-68; 10 (1957), S. 107-131; 11 (1958), S. 129-144.
- [18] Sobieczky, H. Die Berechnung lokaler räumlicher Überschallfelder. Zeitschr. Angew. Math. Mech. 58 T (1978), S. 331-333.
- [19] Fung, K.-Y. Sobieczky, H. Seebass, A.R. Shock-free wing design. AIAA J. 18 (1980), S. 1153-1158.
- [20] Seebass, A.R. Shock-free configurations in two- and three-dimensional transonic flow. Transonic, Shock, and Multidimensional Flows: Advances in Scientific Computing. pp.17-36, New York: Academic Press, 1982.
- [21] Boerstoeel, J.W. Review of the application of hodograph theory to transonic airfoil design and theoretical and experimental analysis of shock-free aerofoils. Symp. Transsonicum II, ed. K. Oswatitsch, D. Rues, S. 109-133, Berlin: Springer 1976.

- [22] Boerstael, J.W. Transonic airfoil design by an analytic
Huizing, G.H. hodograph method.
AIAA Pap. 74-539 (1974).
- [23] Bauer, F. Supercritical wing sections 1, 2, 3.
Garabedian, P. Lect. Not. Econ. Math. Syst. Nos. 66, 108,
Korn, D. 150. Berlin: Springer, 1972, 1975, 1977 .
Jameson, A.
- [24] Garabedian, P.R. On the design of airfoils having no bound-
ary layer separation.
Advances in Math. 15 (1975), S. 164-168.
- [25] Sobieczky, H. Exakte Lösungen der ebenen gasdynamischen
Gleichungen in Schallnähe.
Zeitschr. Flugwiss. 19 (1971), S. 197-214.
- [26] Sobieczky, H. Rheoelektrische Analogie zur Darstellung
transsonischer Strömungen.
DLR-FB 71-26 (1971).
- [27] Sobieczky, H. Entwurf überkritischer Profile mit Hilfe
der rheoelektrischen Analogie.
DLR-FB 74-43 (1975).
- [28] Sobieczky, H. Related analytical, analog and numerical
methods in transonic airfoil design.
AIAA Pap. 79-1556 (1979).
- [29] Eberle, A. An exact hodograph method for the design
of supercritical wing sections.
Symp. Transsonicum II, ed. K. Oswatitsch,
D. Rues, S. 314-321. Berlin: Springer,
1976.
- [30] Hassan, A. Transonic airfoils with a given pressure
Seebass, A.R. distribution.
Sobieczky, H. AIAA Pap. 81-1235 (1981).
- [31] Carlson, L.A. Transonic airfoil design using cartesian
coordinates.
NASA CR-2578 (1976).
- [32] Volpe, G. The role of constraints in the inverse
Melnik, R.E. design problem for transonic airfoils.
AIAA Pap. 81-1233 (1981).
- [33] Garabedian, P.R. Design of supercritical swept wings.
McFadden, G. AIAA J. 20 (1982), S. 289-291.

- [34] Tranen, T.L. A rapid computer-aided transonic design
method.
AIAA Pap. 74-501 (1974).
- [35] Henne, P.A. Inverse transonic wing design method.
J. Aircraft 18 (1981), S. 121-127.
- [36] Sobieczky, H. New method for designing shock-free
Yu, H.J. transonic configurations.
Fung, K.-Y. AIAA J. 17 (1979), S. 722-729.
Seebass, A.R.
- [37] Yu, N.J. Efficient transonic shock-free wing re-
design procedure using a fictitious gas
method.
AIAA J. 18 (1980), S. 143-148.
- [38] Nebeck, H.E. Inviscid-viscous interactions in the
Seebass, A.R. nearly direct design of shock-free super-
Sobieczky, H. critical airfoils.
Pap. 3, AGARD CP-291, Conf. on Computa-
tion of Viscous-Inviscid Interactions,
Colorado Springs (1980).
- [39] Nakamura, M. A method for obtaining shockless transonic
flows past two-dimensional airfoils whose
profiles are modified from a given arbi-
trary profile.
Trans. Jap. Soc. Aero. Space Sci., 1981,
S. 195-213.
- [40] Raj, P. A cost effective method for shock-free
Seebass, A.R. supercritical wing design.
J. Aircraft 19 (1982), S. 283-289.
- [41] Fung, K.-Y. Shock-free airfoil, wing and turbojet
Sobieczky, H. blade design.
Seebass, A.R. ICAS Pap. 82-3.7.1, 13th ICAS Congress,
Seattle, 1982 .
- [42] Melnik, R.W. Theory of viscous transonic flow over
Chow, R. airfoils at high Reynolds numbers.
Mead, H.R. AIAA Pap. 77-680 (1977).
- [43] Yu, N.J. private Mitteilung.
- [44] Schmidt, E. Computation of supercritical compressor
and turbine cascades with a design method
for transonic flows.
ASME paper 79 - GT - 30 (1979).

- [45] Dulikravich, D.S. Shockless design and analysis of transonic cascade shapes.
Sobieczky, H.
AIAA J. 20 (1982), S. 1572-1578.
- [46] Niederdrenk, P. Supercritical cascade flow analysis with Sobieczky, H. Shock-Boundary layer Interaction.
Dulikravich, D.S. AIAA Paper 83-1752 (1983).
- [47] Bohning, R. Stoß-Grenzschichtinterferenz bei turbulenter Strömung an gekrümmten Wänden mit Ablösung.
Zierep, J.
ZFW 6 (1982), S. 68-74.
- [48] Beauchamp, P.P. Shock-free Turbomachinery blade design.
Seebass, A.R.
erscheint in AIAA J. ,1985.
- [49] Redeker, G. Design and experimental verification of a Schmidt, N. transonic wing for a transport aircraft.
Pap.13, AGARD CP - 285, Conf. on Subsonic/Transonic Configuration Aerodynamics, Munich, 1980 .
- [50] Lynch, F.T. Commercial transports - aerodynamic design for cruise performance efficiency.
Progress in Astronautics and Aeronautics Vol.81, ed. D. Nixon, S. 81-147. New York: AIAA, 1982 .
- [51] Van der Kolk, J.Th. A Comparison of Computational and experimental Slooff, J.W. Results for the Transonic Flow around the DFVLR-F4 Wing-body Configuration.
NLR TR 83127 L (1983).
- [52] Sobieczky, H. Adaptive airfoils and wings for efficient Seebass, A.R. transonic flight.
ICAS Pap. 80 - 11.2, 12th ICAS Congress, Munich, 1980 .
- [53] Redeker, G. Aerodynamic Investigations on an adaptive Wichmann, G. airfoil for a transonic transport aircraft.
Oelker, H.-Chr. ICAS-Pap. 84- 1.8.3, 14th ICAS Congress, Toulouse, 1984 .
- [54] Pfenninger, W. Design considerations of advanced supercritical low drag suction airfoils.
Reed, H.L.
Dagenhart, J.R. Progress in Astronautics and Aeronautics Vol.72, ed. G.R. Hough, S. 249-271. New York: AIAA, 1980 .

- [55] Sobieczky, H. Computational Design and Analysis Tools Fung, K.-Y. for Wing-Fuselage Combinations.
ICAS-Pap. 84-1.4.1, 14th ICAS Congress, Toulouse, 1984 .
- [56] Sobieczky, H. Geometry Generation for Transonic Design. Recent Advances in Numerical Methods in Fluids, Vol.4, W.G. Habashi ed., Pineridge Press, 1984 .